

PHYSIQUE DES SEMICONDUCTEURS

P. Lorenzini

Polytech'Nice Sophia

Dept. Électronique

Objectifs du cours

- Comprendre l'intérêt des semi-conducteurs dans la fabrication des composants électroniques
- Maîtriser des mécanismes de transports électroniques et des phénomènes physiques régissant le fonctionnement des composants discrets de l'électronique.
- Maîtriser le fonctionnement DC et AC de la jonction PN

Ressources : <https://users.polytech.unice.fr/~lorenz/>

Plan du cours

1. Structure cristalline et cristallographie
2. Les électrons dans une structure périodique : le modèle de Bloch – Brillouin
3. Courant dans les solides : cas particulier des semi-conducteurs
4. Mécanique statistique : la fonction de Fermi Dirac et la fonction de Maxwell – Boltzmann
5. Semi-conducteur à l'équilibre
6. Dopage des semi-conducteurs
7. Semi-conducteur hors équilibre: courant dans les semi-conducteurs
8. Jonction PN

Références bibliographiques

- C. Kittel, « physique de l'état solide », dunod université, 5° ed., 1983
- H. Mathieu, « Physique des semiconducteurs et des composants électroniques », dunod, 5° ed., 2004
- J. Singh, « semiconductors devices: an introduction », Mc.Graw Hill, 1994
- D.A.Neamen, « semiconductor physics and devices: basic principles », Mc.Graw Hill, 2003
- Cours de Physique des semiconducteurs, Pr. Rouzeyre, Université de Montpellier II, 1985
- McMurry and Fay, « Chemistry », Prentice Hall; 4th edition (April 7, 2003) (les figures du chapitre 1 proviennent majoritairement de cet ouvrage)

CHAPITRE 1

Liaison cristalline et cristallographie

Structure cristalline et cristallographie

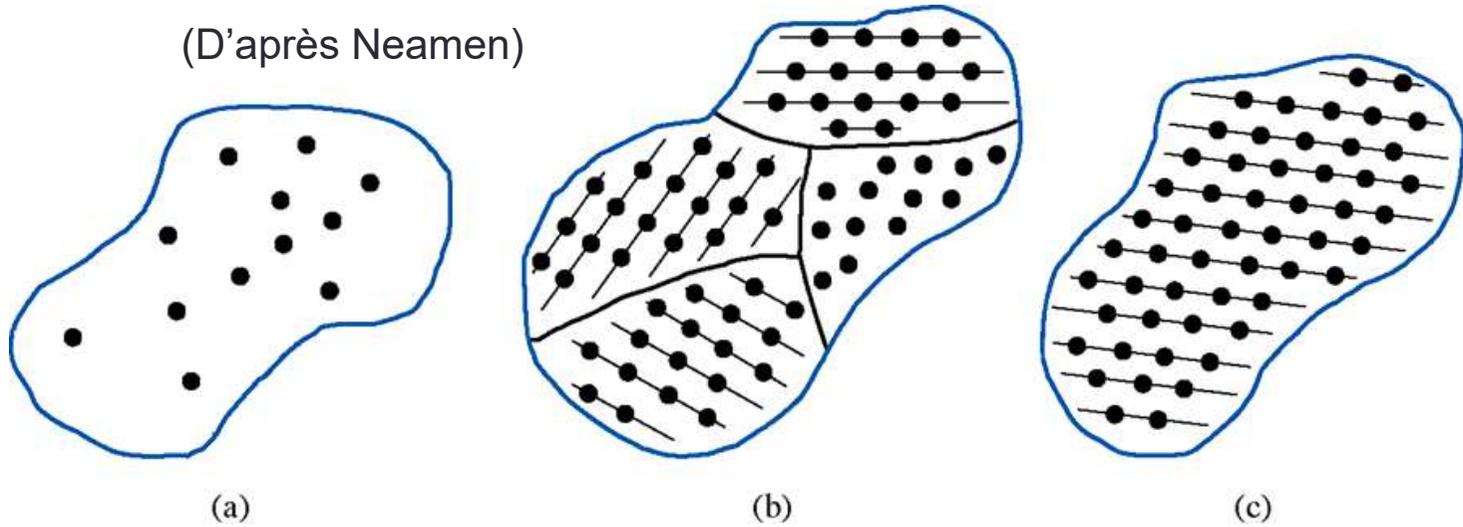
- États cristallins et amorphe
- Liaisons cristallines
- Géométrie des cristaux
- Diffraction cristalline – Loi de Bragg

États cristallin et amorphe

- amorphe \Leftrightarrow verre
- cristallin \Leftrightarrow quartz, SiO_2
- Distinction:
 - Au niveau macroscopique:
 - Si on élève la température du verre, on observe un passage progressif de l'état solide à l'état de liquide sans palier.
 - Pour un cristal, on observe un palier de température dû à une coexistence (changement) de phase.
 - Au niveau microscopique:
 - Amorphe : répartition aléatoire des atomes
 - Cristalin : répartition périodique dans l'espace des atomes.

États cristallin et amorphe

(D'après Neamen)



(a)

(b)

(c)

Amorphe
(pas d'ordre)

Polycristallin
(ordre à courte portée)

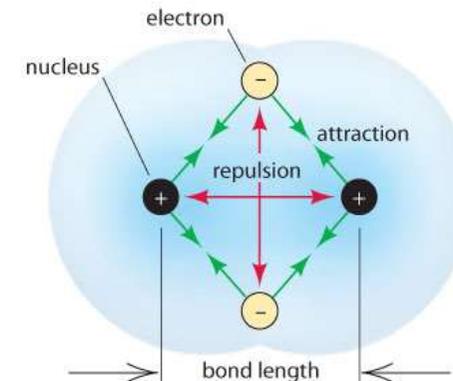
Cristallin
(ordre à longue portée)

La liaison cristalline

- Quelles sont les forces qui permettent aux atomes de se lier entre eux et de former telles ou telles structures?

$$\text{Le but : } U_{\text{cristal}} - U_{\text{libre}} < 0$$

- Plusieurs paramètres/effets à prendre en compte:
 - Garder les ions chargés positivement éloignés les uns des autres
 - Garder les électrons chargés négativement éloignés les uns des autres
 - Garder les électrons proches des ions
 - Minimiser l'énergie cinétique des électrons en les répartissant

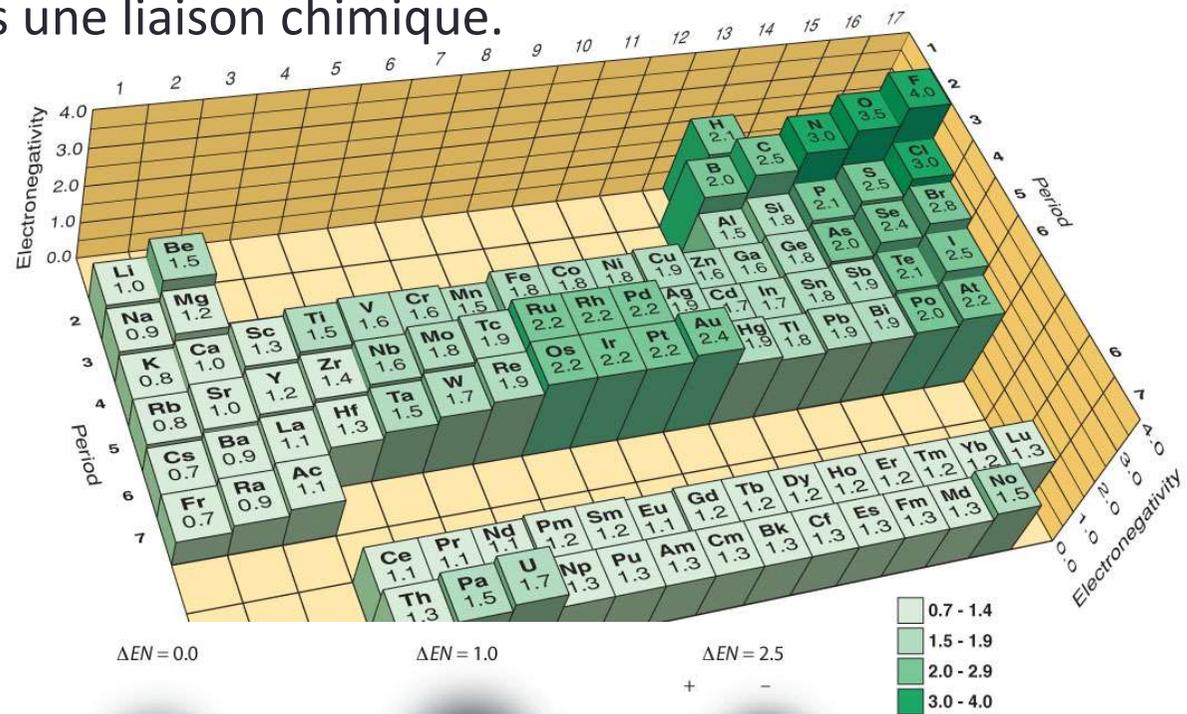


Electronégativité

- **Electronégativité:** c'est la capacité d'un atome à attirer les électrons mis en commun dans une liaison chimique.

La différence d'électronégativité ΔEN entre deux atomes liés peut être nulle, faible ou grande.

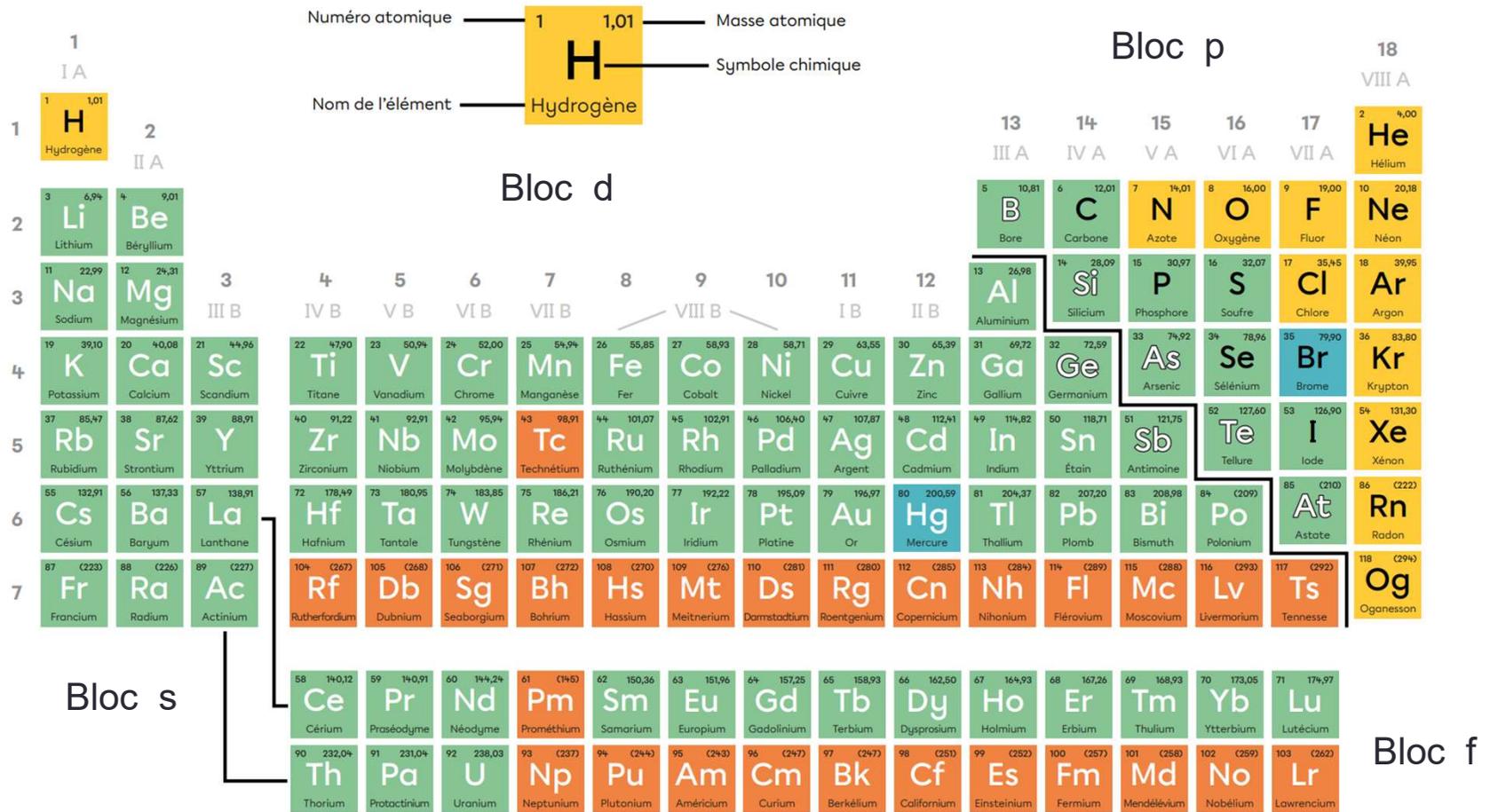
- $\Delta EN \sim 0$: les électrons sont également répartis
- $\Delta EN \sim 1$: les électrons sont plus proches de l'atome le plus électronégatif.
- ΔEN est élevée, les électrons sont peu partagés (pas mis en commun)



La liaison cristalline

- 4 principaux types:
 - Liaison métallique
 - Liaison covalente
 - Liaison ionique
 - Liaison de Van der Waals (gaz rares) ou liaison moléculaire
- Un point commun:
 - Les atomes essaient d'avoir leur dernière couche électronique vide ou complète !

La liaison cristalline



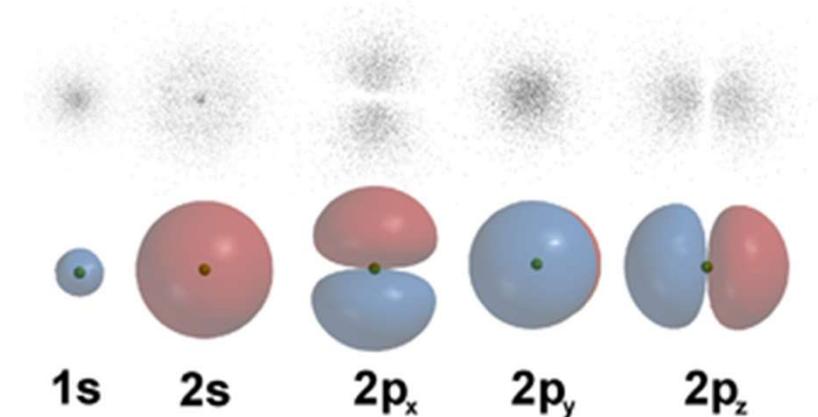
Li Métaux
 B Métalloïdes
 H Non-métaux
 Gaz
 Liquides
 Solides
 Solides synthétiques

La liaison métallique

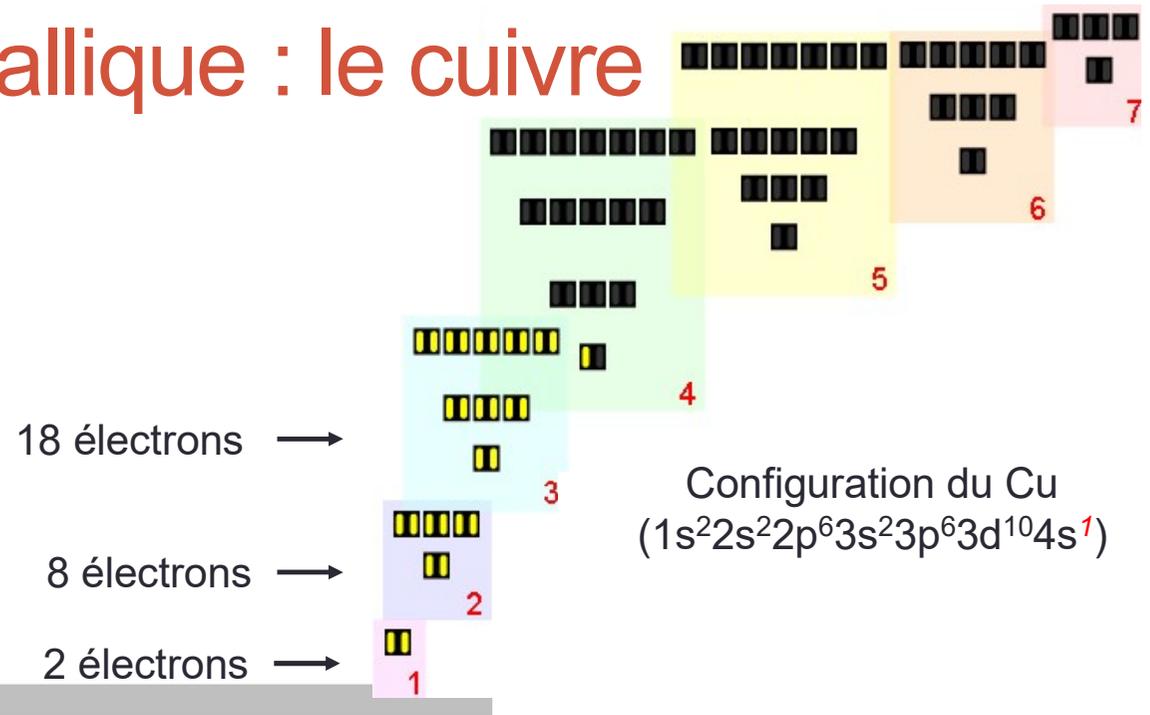
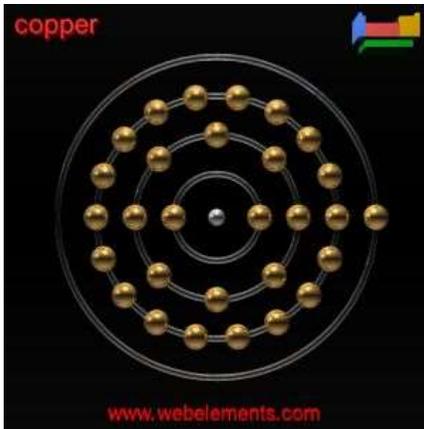
- La majorité des éléments chimiques ont un comportement métallique plus ou moins marqué.
- Construite à partir d'éléments ayant peu d'électrons de valence /à leur période ou niveau d'énergie

- Exemple:

- Sodium (Na) $\Leftrightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^1$
- Cuivre (Cu) $\Leftrightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^1$
- Aluminium (Al) $\Leftrightarrow 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^1$

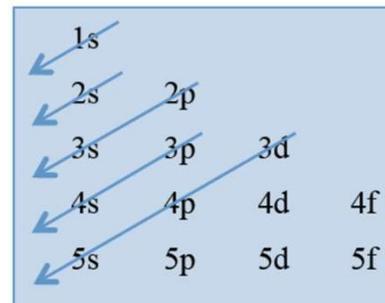


La liaison métallique : le cuivre



Remplissage des électrons pour un atome

- Dans un atome poly-électroniques, les électrons remplissent les couches et sous-couches dans l'ordre donné par la règle de **Klechkowski** (schéma ci-contre) :
- Une sous-couche s ne peut contenir que 2 électrons maximum,
Une sous-couche p ne peut contenir que 6 électrons maximum,
Une sous-couche d ne peut contenir que 10 électrons maximum,
Une sous-couche f ne peut contenir que 14 électrons maximum.



Attention, il y a des exceptions (dont le cuivre)

La liaison métallique

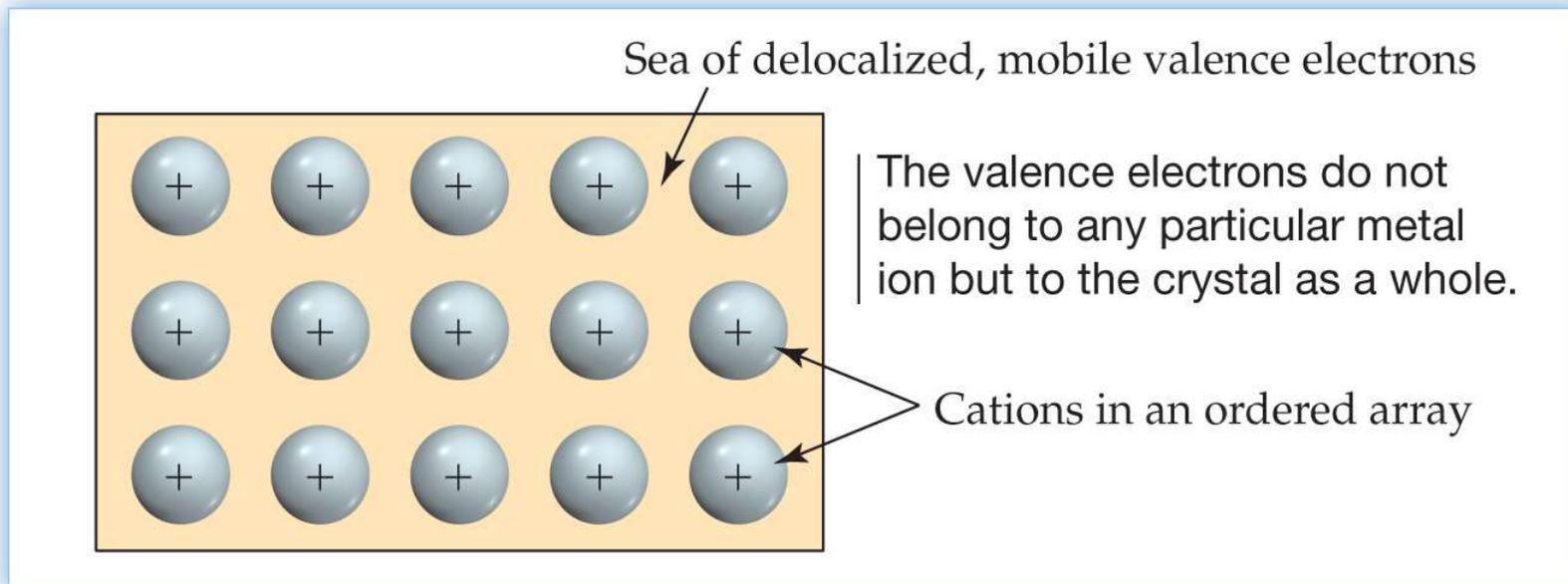
- Les électrons périphériques sont très peu liés à l'atome
- L'atome « libère » facilement ce(ces) électron(s)
- Les noyaux constituent alors un ensemble de charges positives \Leftrightarrow ions positifs à couche externe saturée
- La cohésion est assurée par le nuage électronique chargé négativement
- Force de cohésion \Leftrightarrow attraction Coulombienne
- Liaisons « plutôt » faibles \Leftrightarrow matériaux moins durs (malléable, ductile)

Melting Points of Metals (°C)

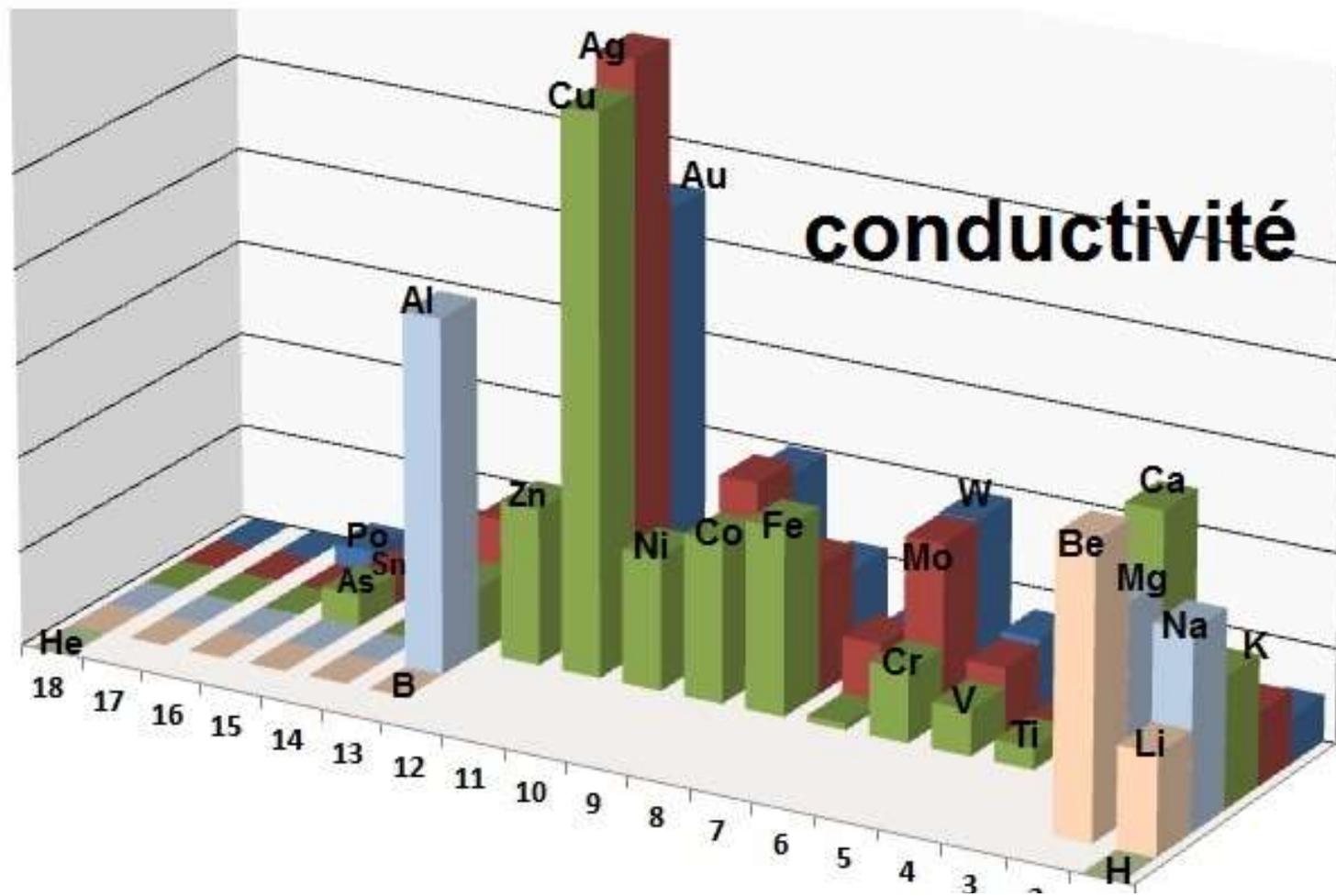
1	2												13
Li	Be												
180.5	128.7												
Na	Mg												Al
97.794	650												660.32
K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	
63.38	842	1541	1668	1910	1907	1246	1538	1495	1455	1084.6	419.53	29.77	
Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	
39.30	777	1522	1854.7	2477	2623	2157	2334	1964	1554.8	9612.2	321.1	156.6	
Cs	Ba				W		Os		Pt	Au	Hg		
28.44	727				3422		3033		1768.2	1064.2	-38.83		

La liaison métallique

Modèle de la mer d'électrons: un cristal métallique est vu comme un réseau 3D de cations métalliques immergés dans une mer d'électrons délocalisés qui sont libres de se déplacer à travers le cristal.

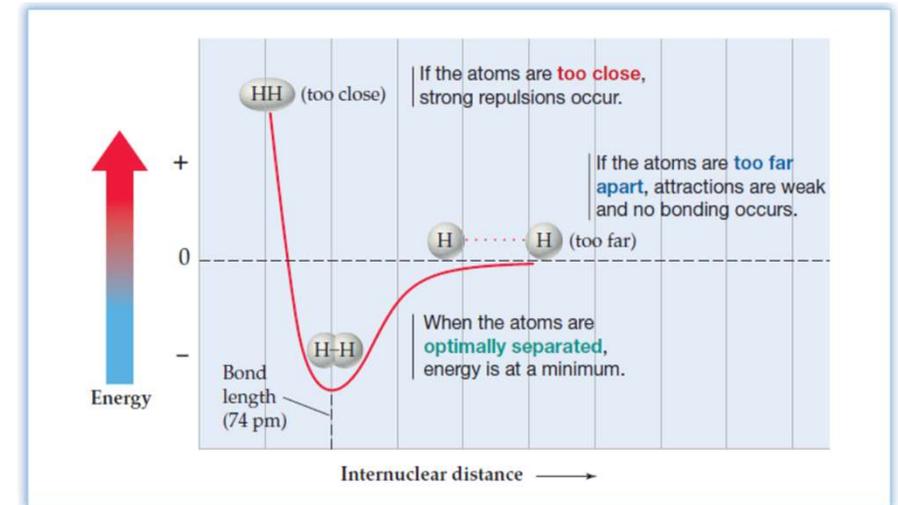
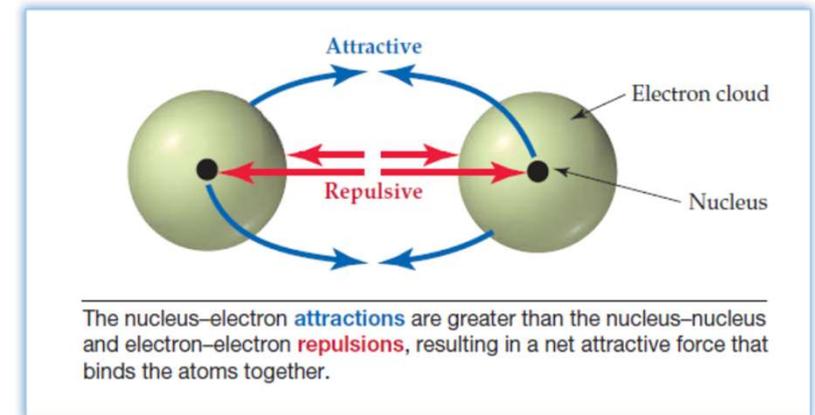
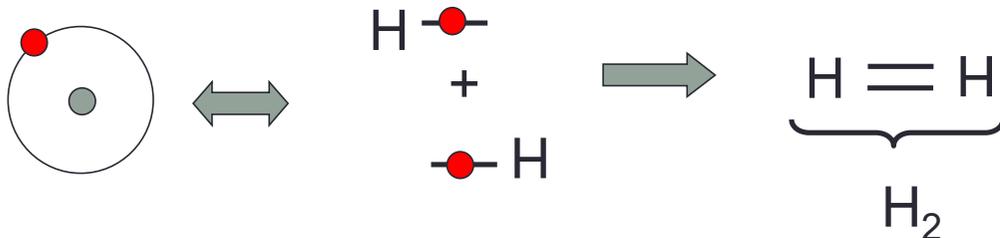


La liaison métallique



La liaison covalente

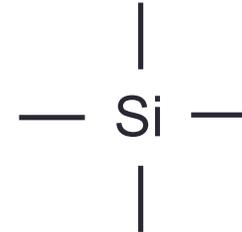
- Les cristaux appartiennent à la colonne IV du tableau périodique
- Liaison du même type que la liaison Hydrogène
- L'Hydrogène:
 - 1 électron périphérique
 - Pour compléter sa couche, il accepterait « bien » un deuxième électron
 - Un deuxième atome d'H va permettre de mettre en commun leur électron périphérique
 - On obtient la molécule H₂



La liaison covalente

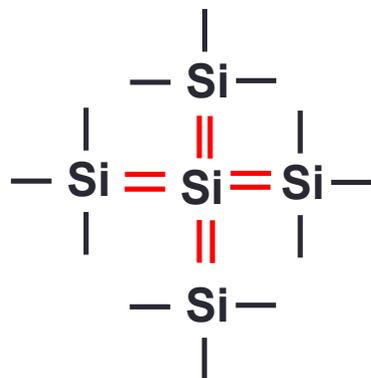
- Exemple : le Silicium

- 4 électrons de valence



- Il « manque » 4 électrons de valence pour compléter sa couche externe
- Il suffit de « rapprocher » 4 autres Silicium

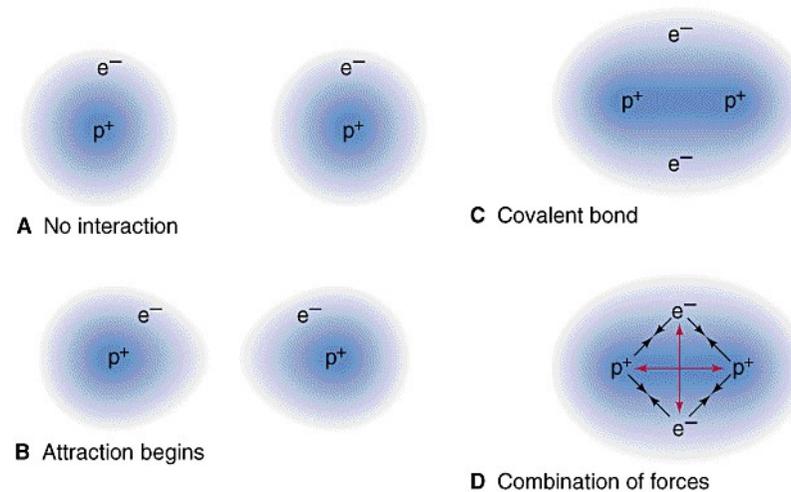
3A	4A	5A	6A	7A
5 B $2s^2 2p^1$	6 C $2s^2 2p^2$	7 N $2s^2 2p^3$	8 O $2s^2 2p^4$	9 F $2s^2 2p^5$
13 Al $3s^2 3p^1$	14 Si $3s^2 3p^2$	15 P $3s^2 3p^3$	16 S $3s^2 3p^4$	17 Cl $3s^2 3p^5$
31 Ga $4s^2 4p^1$	32 Ge $4s^2 4p^2$	33 As $4s^2 4p^3$	34 Se $4s^2 4p^4$	35 Br $4s^2 4p^5$
49 In $5s^2 5p^1$	50 Sn $5s^2 5p^2$	51 Sb $5s^2 5p^3$	52 Te $5s^2 5p^4$	53 I $5s^2 5p^5$
81 Tl $6s^2 6p^1$	82 Pb $6s^2 6p^2$	83 Bi $6s^2 6p^3$	84 Po $6s^2 6p^4$	85 At $6s^2 6p^5$
Unknown	114	Unknown	116	117



À la différence de H_2 , une fois les liaisons de l'atome central saturées, les 4 autres Si ont encore des liaisons « pendantes » \Leftrightarrow ce processus peut continuer \Leftrightarrow on forme alors un cristal.

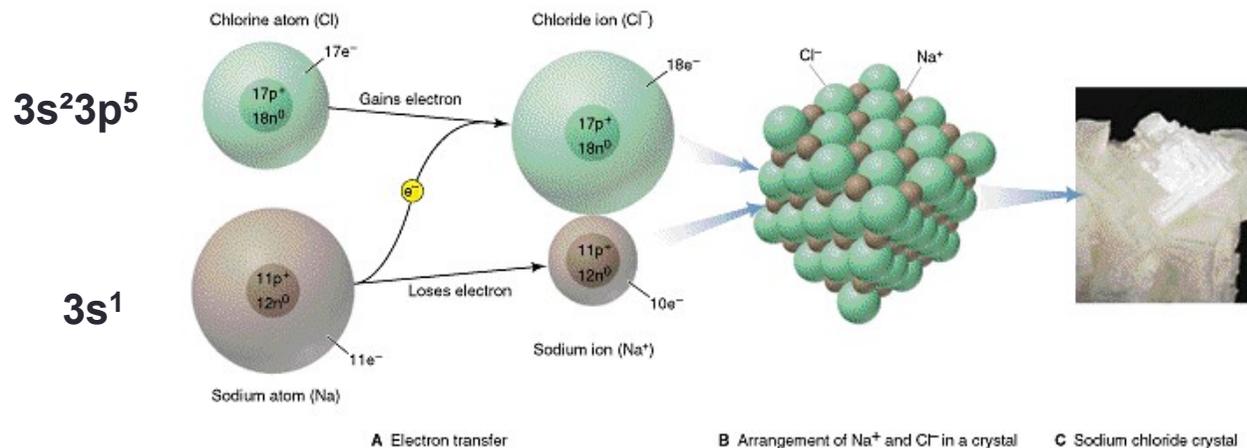
La liaison covalente

- Énergie plus faible si les électrons se « baladent » autour des 2 noyaux
- On peut obtenir le même type de résultats avec des composés II-VI ou encore III-V.(voir la suite)



Liaison ionique

- Association d'un élément chimique fortement électronégatif ($7e^-$) et d'un élément fortement électropositif ($1e^-$): ex NaCl
- L'électronégatif accepte un e^- et devient un ion négatif (Cl^-), l'électropositif cède son e^- et devient un ion positif (Na^+)



(D'après McMurry and Fay)

Liaison ionique

- L'électron libéré par le métal Alcalin (Na) est piégé par l'Halogène (Cl)
- Aucun électron libéré dans le réseau
- En général les cristaux ioniques sont **isolants**
- Liaison entre atomes très forte \Leftrightarrow cristaux très durs

Liaison ionique

- La force de cohésion est due à l'attraction Coulombienne des deux ions
⇔ **liaison ionique**
- En fait, liaison « identique » à la liaison covalente sauf que les atomes sont très différents (pas la même colonne)
- La frontière covalente/ionique n'est pas brutale: dépend de la nature électronique des éléments associés
 - Col I – VII ⇔ essentiellement ionique
 - Col II-VI ⇔ 80% ionique 20% covalente (CdTe)
 - Col III-V ⇔ 60% ionique 40% covalente (GaAs, GaP, InP)
 - Col IV-IV ⇔ essentiellement covalente (Si, Ge)

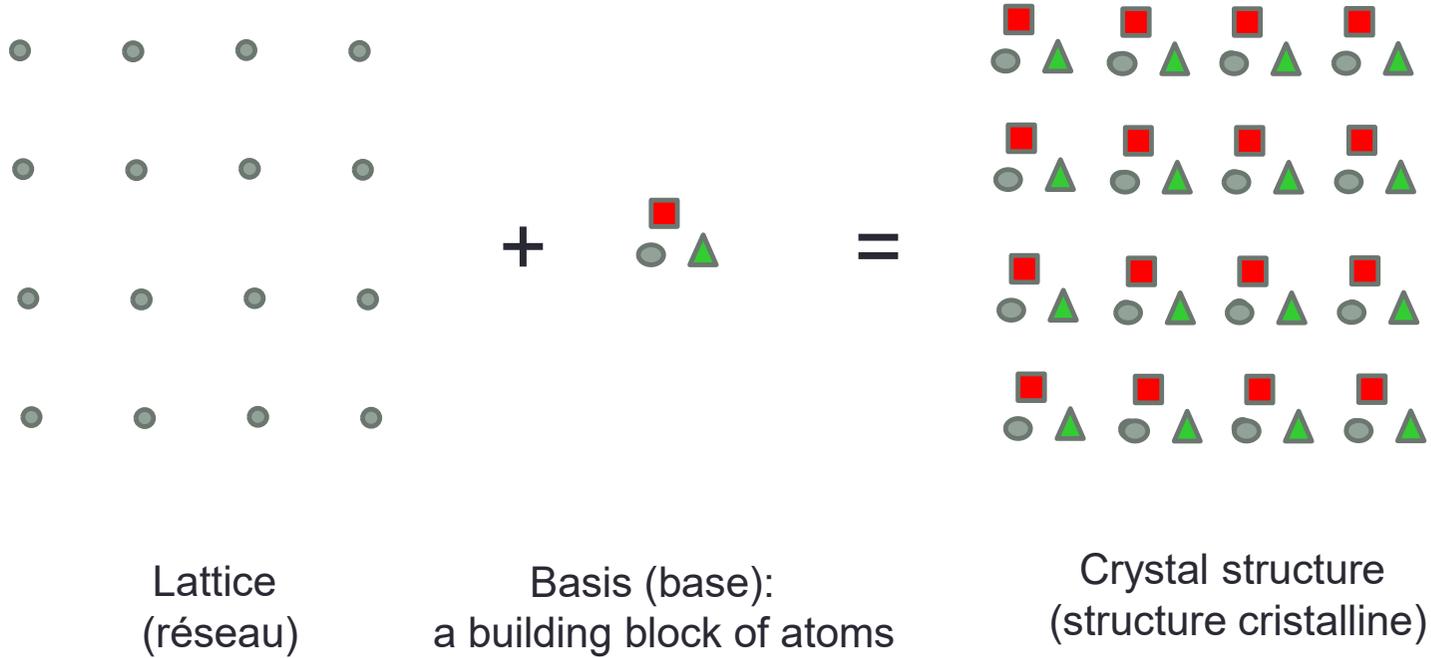
Liaison de type Van der Waals

- Ceux sont les cristaux les plus simples
- La distribution électronique = atome libre
- Couches électroniques déjà saturées (col. VIII)
- Les atomes s'empilent de façon la plus dense possible
- Énergie de liaison très faible (qq % de l'énergie d'ionisation de l'atome) \Leftrightarrow cristaux fondent à basse température
- Responsable de la cohésion des molécules

Géométrie des cristaux

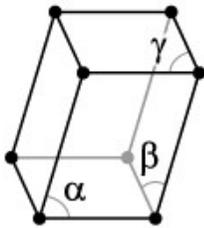
- Un cristal est constitué par la répétition périodique d'un **motif** cristallin: c'est la **base** du réseau.
 - pour le Silicium, Ge base : 1 seul atome
 - Pour le GaAs base : 2 atomes
 - Pour un crist. moléculaire base : Protéine 10^4 - 10^5 at.
- On décrit la structure périodique par un réseau: **le réseau cristallin**
- À 2 Dim: Réticule (net) \Leftrightarrow réseau plan
- À 3 Dim: Réseau (Lattice) \Leftrightarrow réseau 3D

Géométrie des cristaux



Les différentes structures cristallines

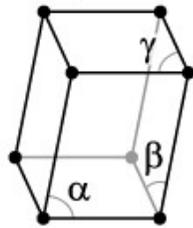
$$\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$$



Triclinique

$$\alpha \neq 90^\circ$$

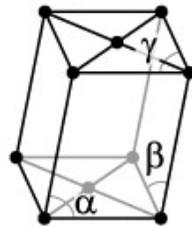
$$\beta, \gamma = 90^\circ$$



Monoclinique

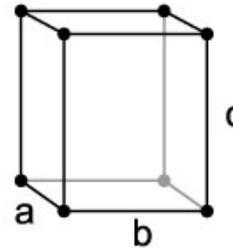
$$\alpha \neq 90^\circ$$

$$\beta, \gamma = 90^\circ$$



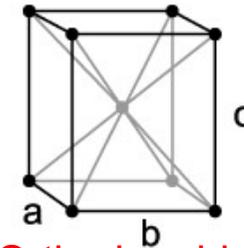
Monoclinique
centré

$$a \neq b \neq c$$



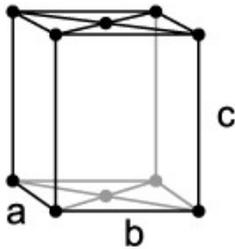
Orthorhombique

$$a \neq b \neq c$$



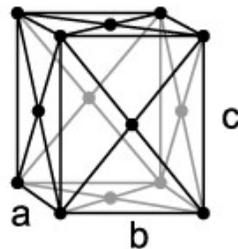
Orthorhombique
centré

$$a \neq b \neq c$$



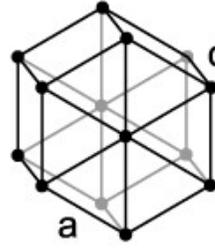
Orthorhombique
base centrée

$$a \neq b \neq c$$



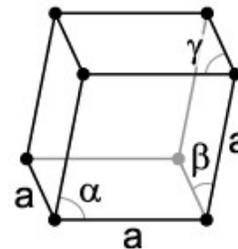
Orthorhombique
faces centrées

$$a \neq c$$



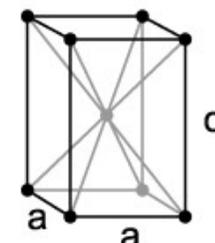
Hexagonal

$$\alpha, \beta, \gamma \neq 90^\circ$$



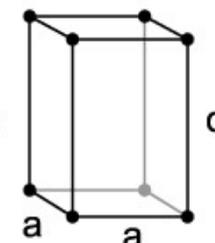
Rhomboédrique

$$a \neq c$$



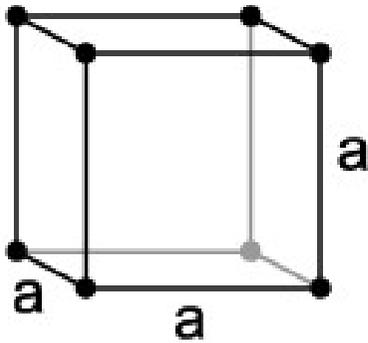
Tétragonal

$$a \neq c$$

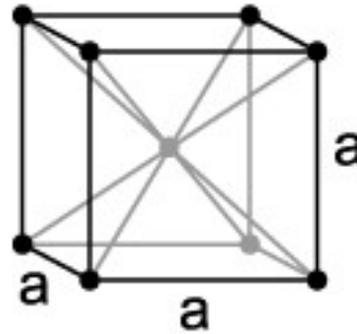


Tétragonal
centré

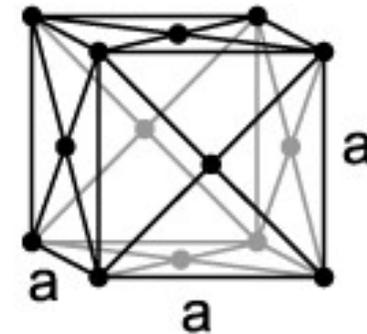
Les différentes structures cristallines



Cubique simple
(cs)



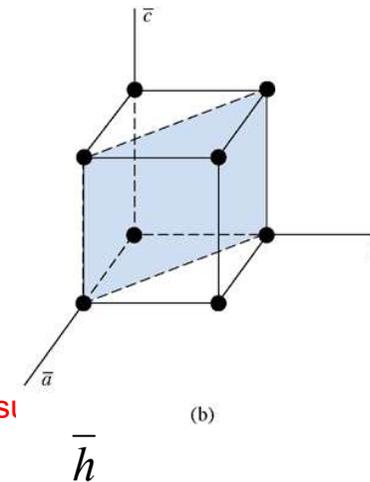
Cubique centré
(cc)



Cubique faces centrées
(cfc)

Repérage des plans cristallins

- Repérage des plans cristallins: les nœuds du réseau peuvent être regroupés sur des ensembles de plans // et équidistants: **les plans réticulaires** (dans notre cas, les plans qui contiennent les atomes du réseau)
- Méthode :
 - coordonnées des intersections des plans avec les directions cristallines
 - x_1 (distance / origine = $x_1.a$) en unité de a
 - x_2 (distance / origine = $x_2.b$) en unité de b
 - x_3 (distance / origine = $x_3.c$) en unité de c
 - Prendre les inverses
 - Prendre les plus petits entiers dans le même rapport
 - Exemple:
 - $x_1=1a, x_2=1b, x_3=\infty$
 - 1 ,1, 0
 - $(h,k,l) \Rightarrow (1,1,0)$
- **Nota** : si un des indices est négatif, on ajoute une barre sur le dessus
- h,k,l constituent les indices de Miller



Plan cristallin d'indices (h,k,l)

- Un plan réticulaire (hkl) est défini par une équation:

$$hu + kv + lw = s$$

u,v,w entiers quelconques
h,k,l entiers premiers entre eux
u,v,w coordonnées numériques des nœuds

- Coordonnées vraies $x = u|\vec{a}|$ donc $u = \frac{x}{a}$

$$h\frac{x}{a} + k\frac{y}{b} + l\frac{z}{c} = s$$

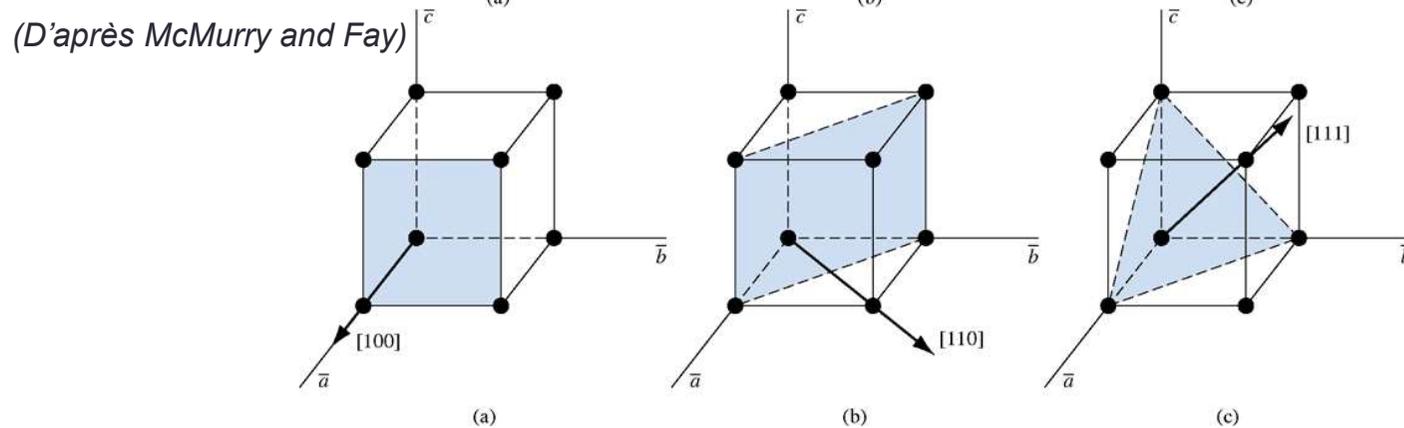
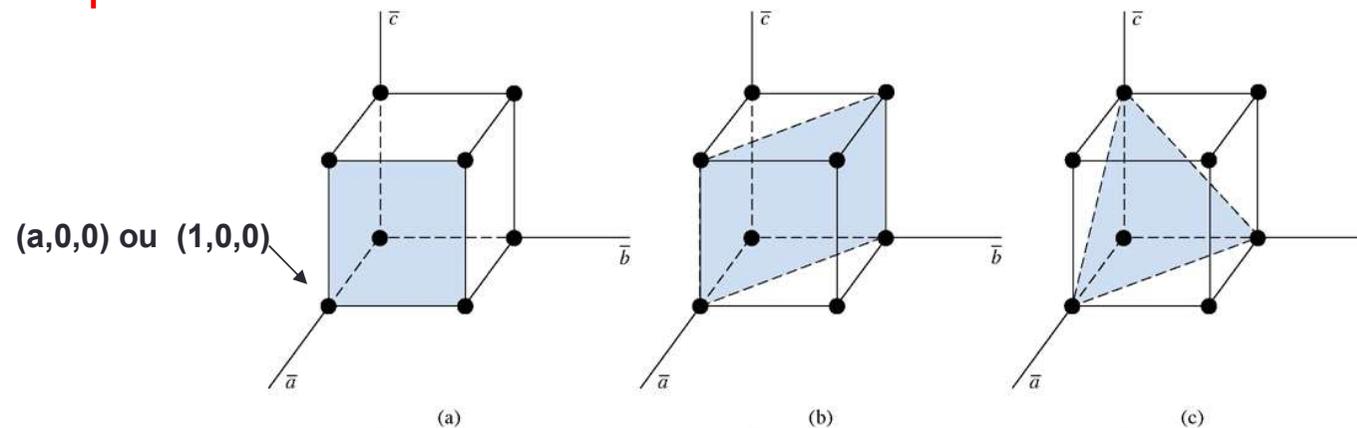
- Ce polynome peut prendre toutes les valeurs entières successives <0,>0 et 0, ie s<0, >0 et 0
 - s=0 \Leftrightarrow plan passant par l'origine
 - s=N \Leftrightarrow plan coupant x en **?**, y en **?**, z en **?**
 - Exemple : plan qui coupe x en 3a, y en 2b, z en 2c \Leftrightarrow équation du plan?

Directions cristallines

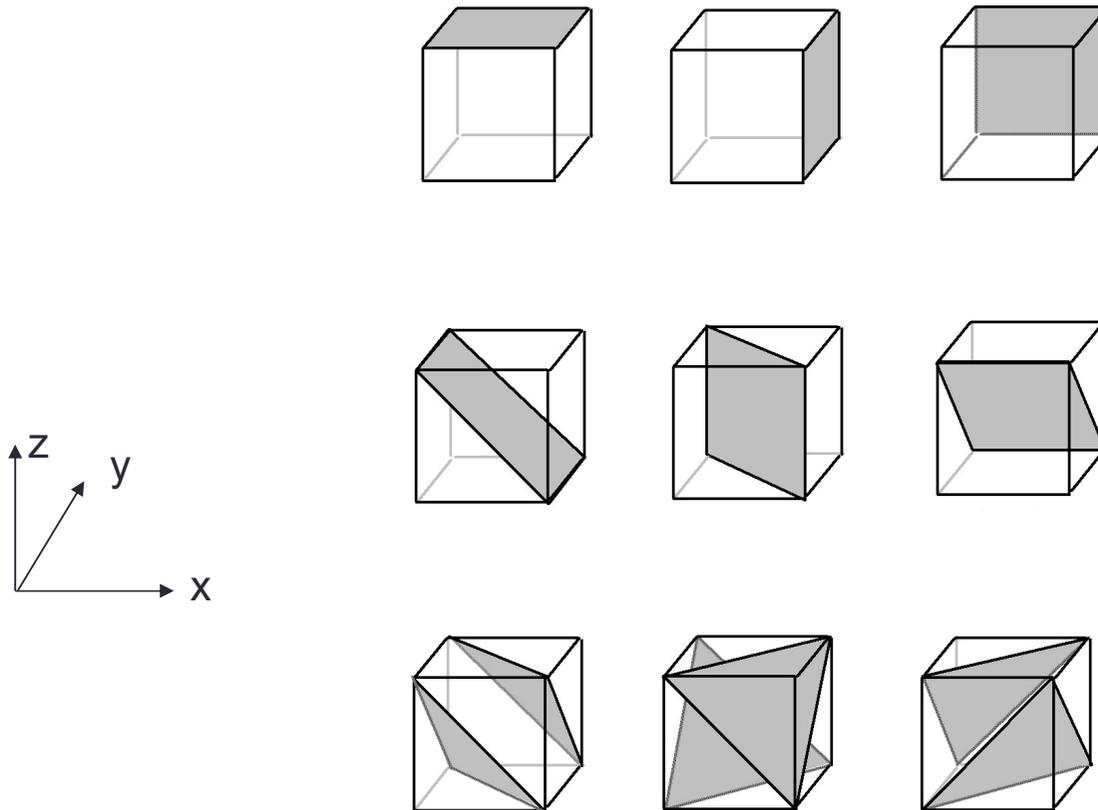
- Toute droite passant par 2 nœuds du réseau définit une **direction cristalline**. On peut la repérer par trois indices h, k, l plus petits entiers ayant même rapport entre eux que les composantes d'un vecteur colinéaire à la droite.
- Notation: $[h, k, l]$
- Cas particulier: une direction $[h, k, l]$ est orthogonale au plan de même indices (h, k, l) ou encore $[h, k, l]$ est le vecteur axial du plan (h, k, l) .

Indices de Miller et directions cristallines

- Permet de définir des **directions cristallines** et l'orientation de **plans cristallins**:



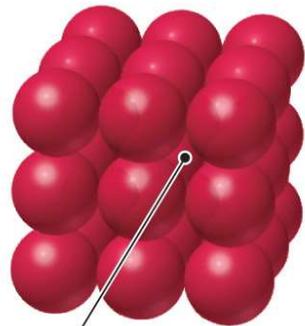
Exemples de plans dans un cristal cubique.



(D'après McMurry and Fay)

Les différentes structures cristallines: notion de multiplicité de la maille

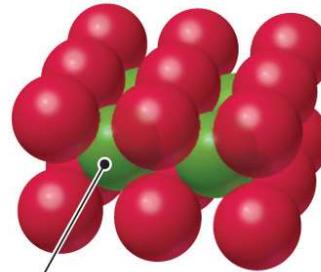
(a) In simple cubic packing, all **layers are identical** and all atoms are lined up in stacks and rows.



Simple cubic

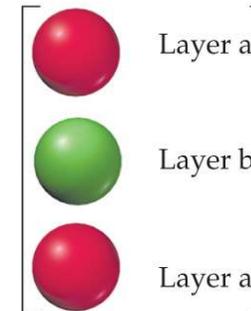
Coordination number 6:
Each sphere is touched by six neighbors, four in the same layer, one directly above, and one directly below.

(b) In body-centered cubic packing, the spheres in **layer a** are separated slightly and the spheres in **layer b** are offset so that they fit into the depressions between atoms in layer a. The third layer is a repeat of the first.



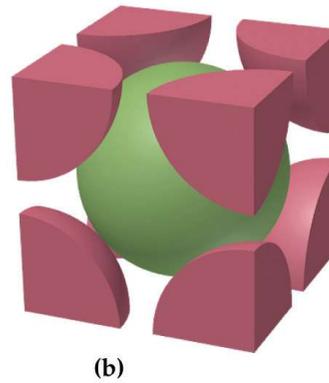
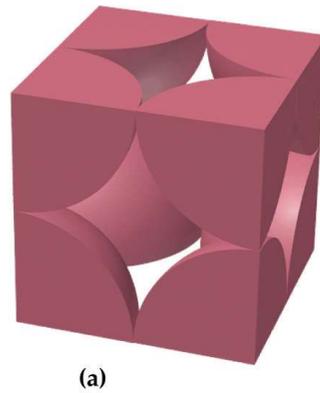
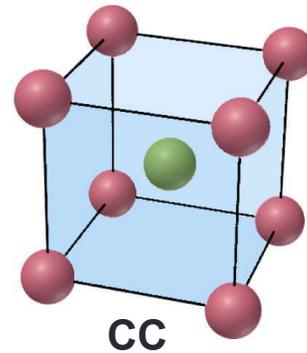
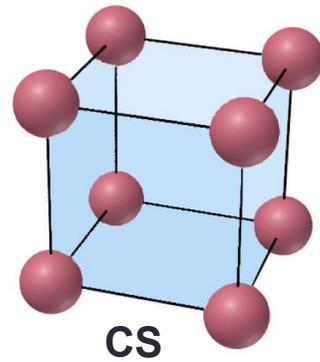
Body-centered cubic

Coordination number 8:
Each sphere is touched by eight neighbors, four in the layer below, and four in the layer above.



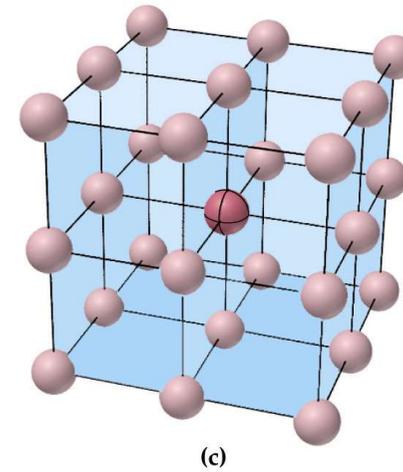
(D'après McMurry and Fay)

Les différentes structures cristallines: notion de multiplicité de la maille



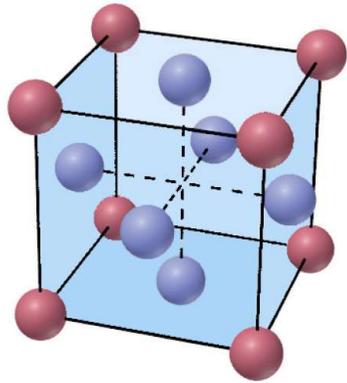
1 atome (nœud)
par maille

2 atomes (nœuds)
par maille

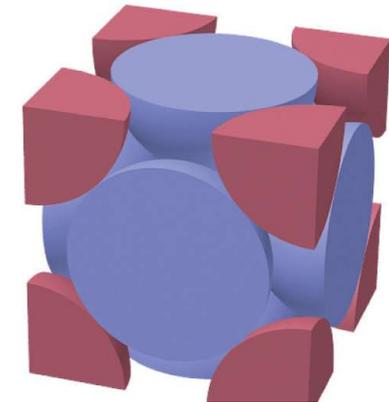


(D'après McMurry and Fay)

Les différentes structures cristallines: notion de multiplicité de la maille



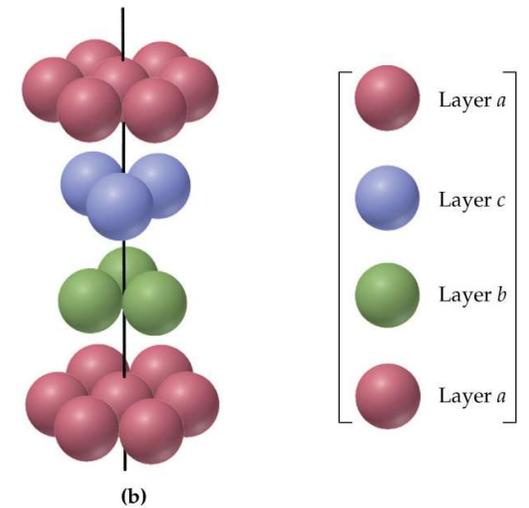
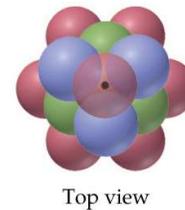
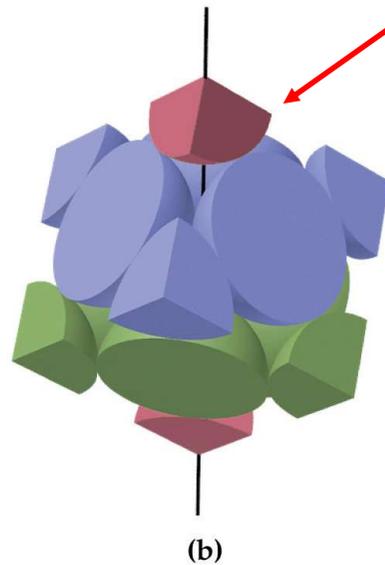
(D'après McMurry and Fay)



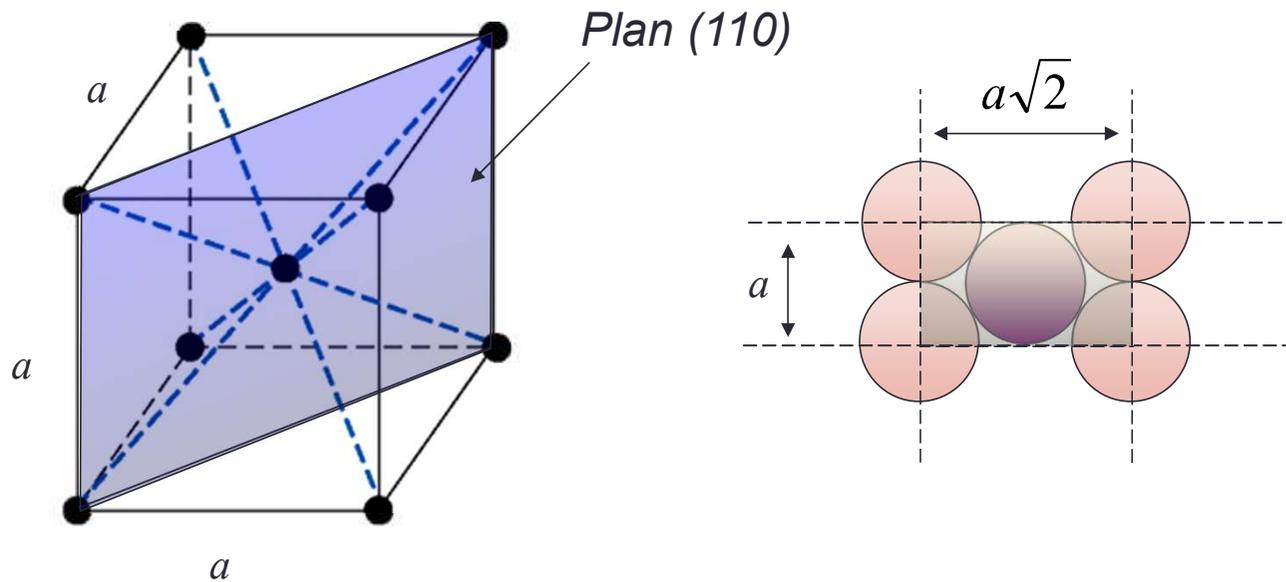
4 atomes (nœuds)
par maille

CFC

Les faces sont inclinées de $54,7^\circ$ par rapport aux 3 couches atomiques qui se répètent



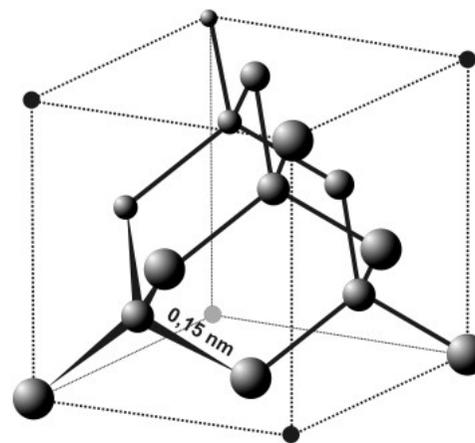
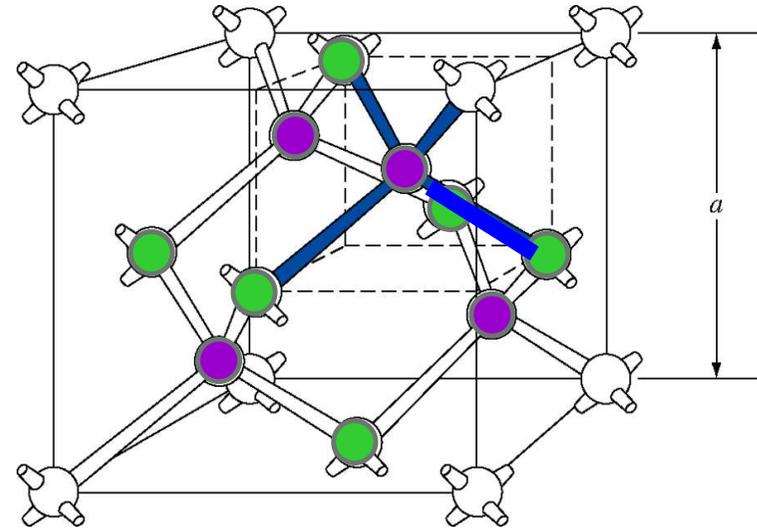
Densité surfacique d'atomes



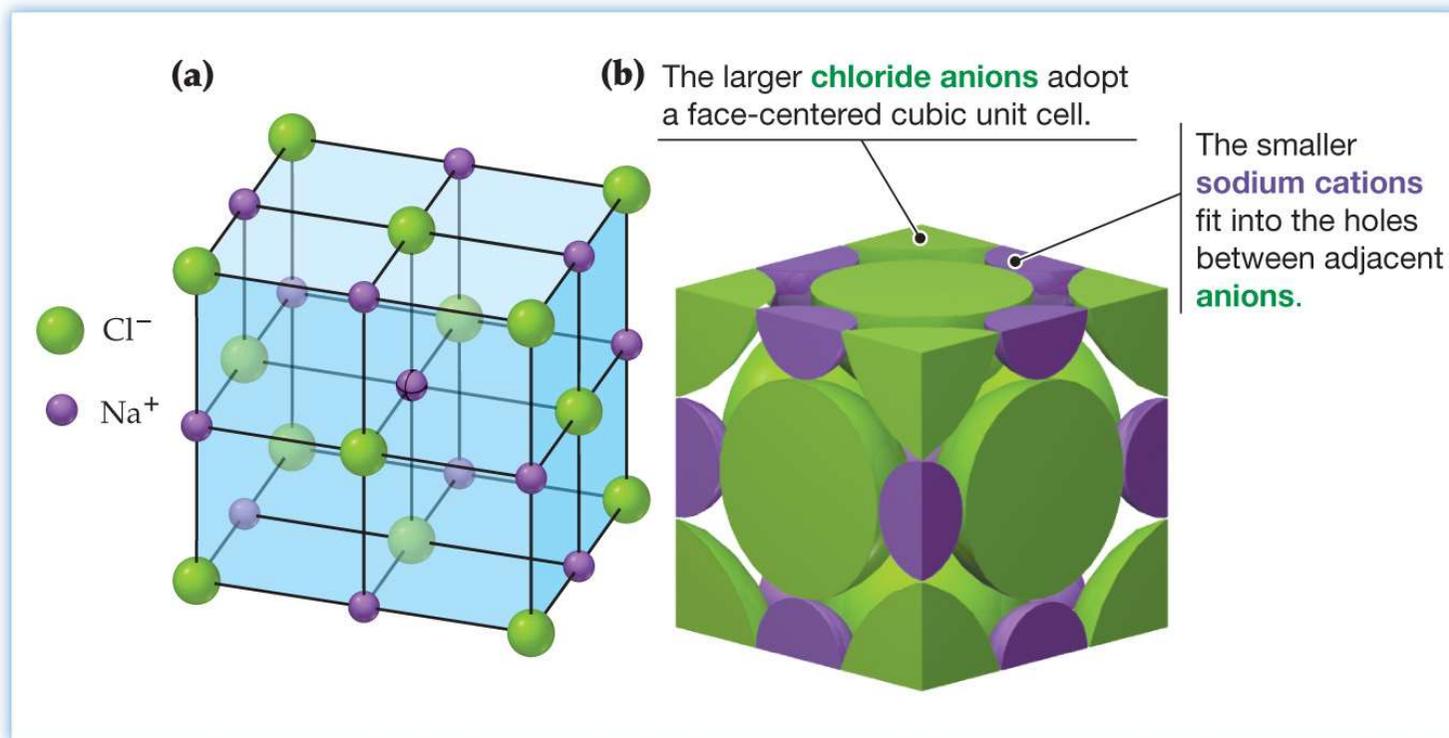
$$\text{densité surfacique} = \frac{1 + 4 \times 1/4}{a \times a\sqrt{2}} = \frac{2}{(5 \times 10^{-8} \text{ cm})^2 \times \sqrt{2}} = 5.66 \times 10^{14} \text{ at.cm}^{-2}$$

● Le silicium et sa structure « Diamant ».

- Structure cubique CFC
- Deux atomes dans la base
- Identique à 2 CFC décalés de $\frac{1}{4}$ de diagonale
- Chaque atome a 4 atomes comme plus proches voisins (liaison tétragonale)
- Si les atomes sont différents on parle de structure Zinc-Blende

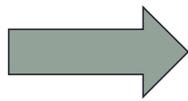


Structure NaCl

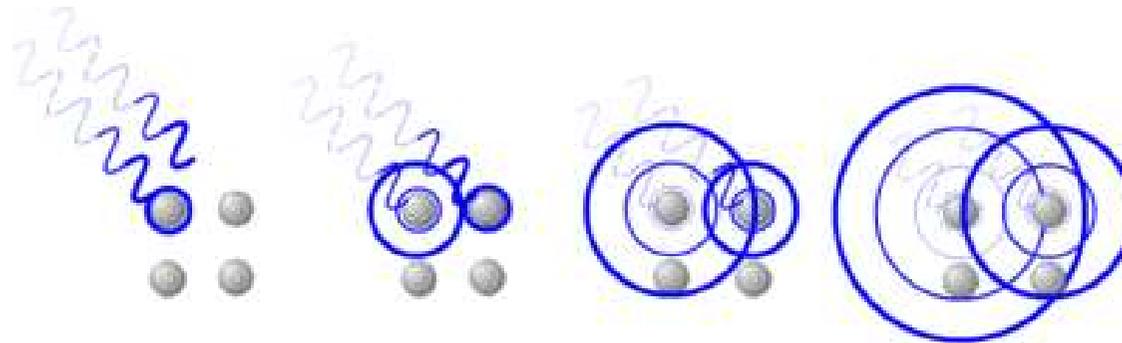


Rôle physique des plans réticulaires

- Soit le cristal parcouru par une onde de nature quelconque:
 - Onde EM (RX, $R\gamma$)
 - Onde sonore (phonons)
 - Onde particulaire (électrons, neutrons)



Les électrons (du nuage électronique) rayonnent dans « tous les sens ». C'est le phénomène de diffusion

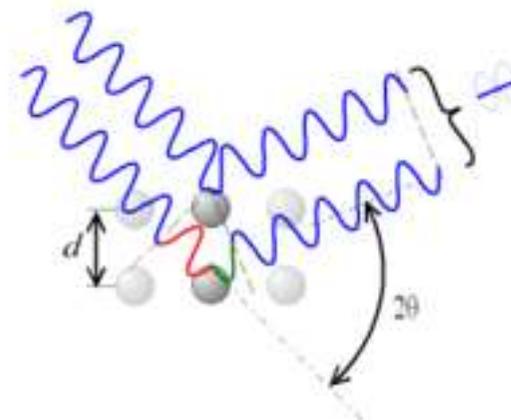
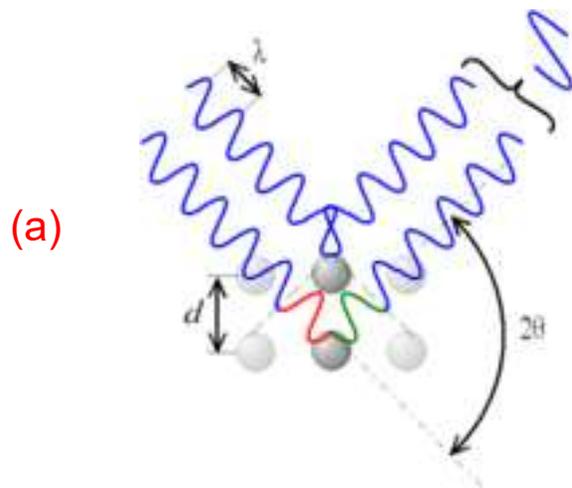


Rôle physique des plans réticulaires

- Interférences entre les ondes diffusées:
 - Destructives \Leftrightarrow pas de propagation (b)
 - Constructives \Leftrightarrow on les « voit » (a)

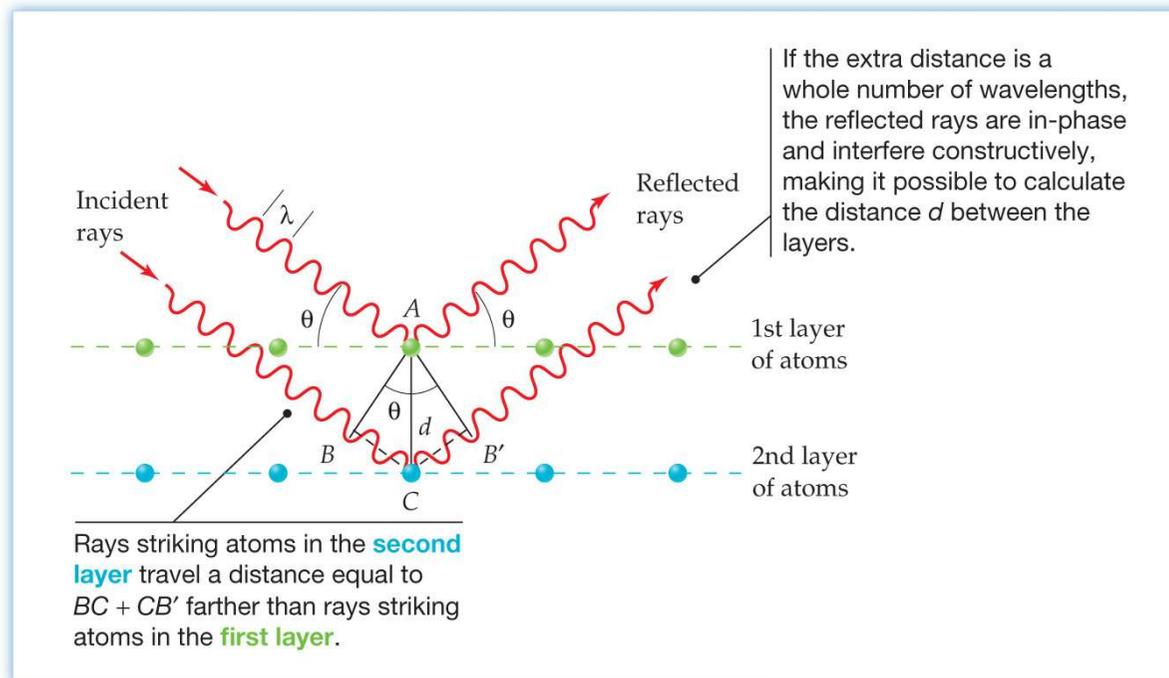


Condition de diffraction de Bragg



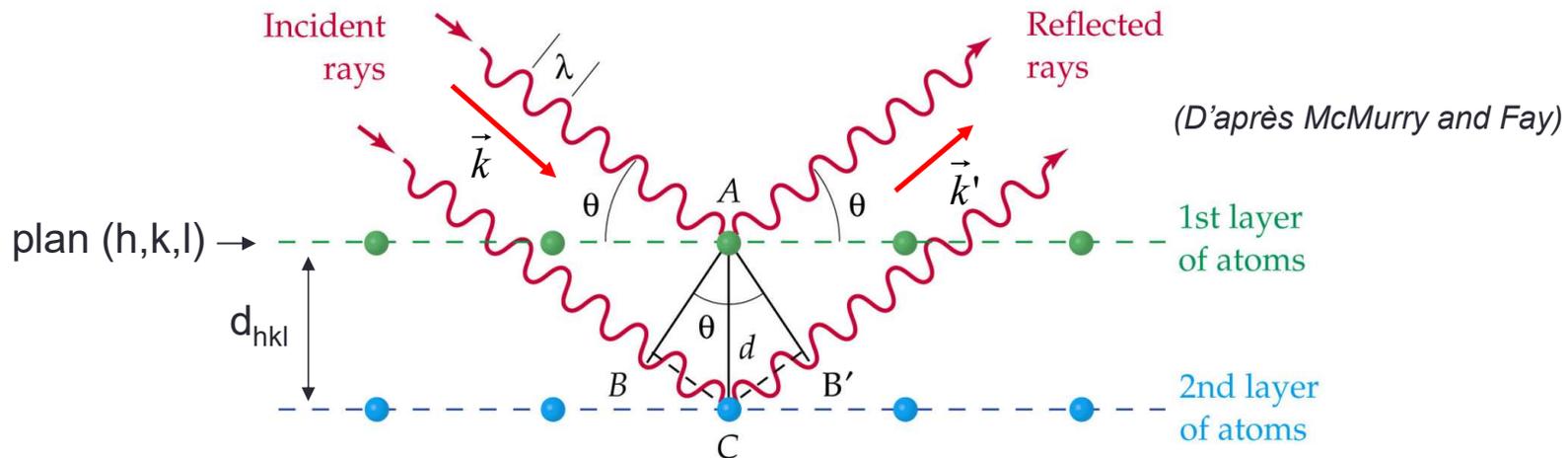
Rôle physique des plans réticulaires

- **Diffraction:** apparait lorsque une onde electromagnétique est diffusée par un objet contenant des lignes régulièrement espacées (réseau de diffraction) ou points (atomes dans un cristal)



Rôle physique des plans réticulaires

- Détermination de la **loi de Bragg** : méthode élémentaire.
 - On considère les plans cristallins comme des miroirs semi transparents
 - On calcule la différence de marche (ddm) entre les deux rayons
 - Interférence constructive \Leftrightarrow ddm = $n\lambda$



$$ddm = 2d_{hkl} \sin \theta \quad \Leftrightarrow \quad 2d_{hkl} \sin \theta = n\lambda \quad \Leftrightarrow \quad d_{hkl} = \frac{n\lambda}{2 \sin \theta}$$

- L'objectif de la cristallographie: étudier les directions dans lesquelles l'énergie diffractée est maximale et en déduire la distance entre les plans réticulaires, le nb d'atomes de chaque famille de plans réticulaires, tout cela par la mesure de l'intensité diffusée.

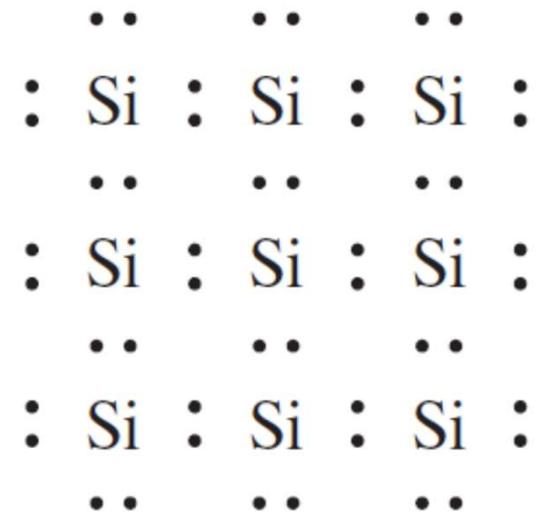
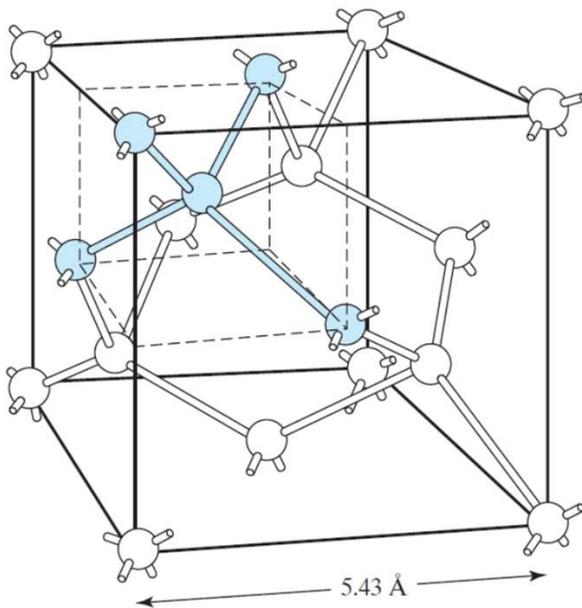
- Le deuxième domaine d'intérêt:
 - La physique du solide: on utilise la condition de Bragg (maximum d'intensité diffractée) pour déterminer les λ électroniques (chapitre suivant) qui ne peuvent se propager dans le cristal (elles sont diffractées!). On associera à chacune de ces λ satisfaisant à la loi de Bragg une bande d'énergie pour l'électron qu'on appelle bande interdite (« gap »).

$$E = \frac{p^2}{2m_{n/e}} = \frac{h^2}{2\lambda^2 m_{n/e}}$$

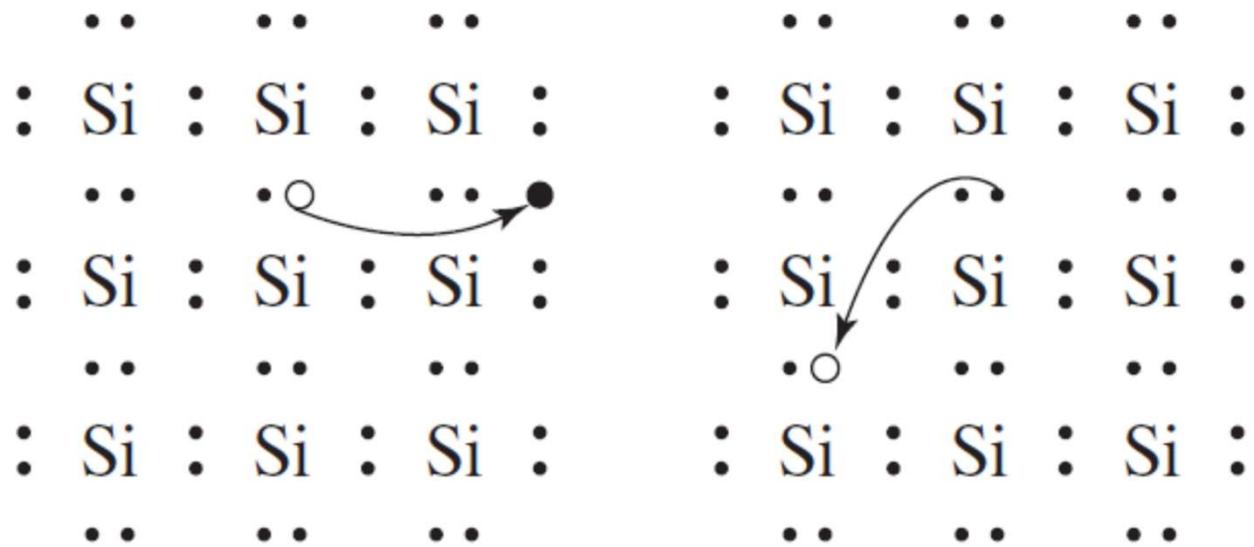
CHAPITRE 2

Electrons et trous dans les SC

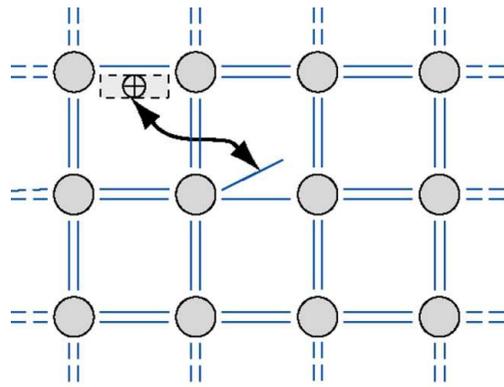
Modèle de liaison pour les électrons et trous



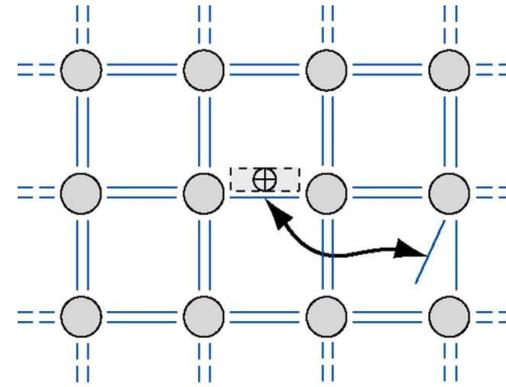
Notion de trous



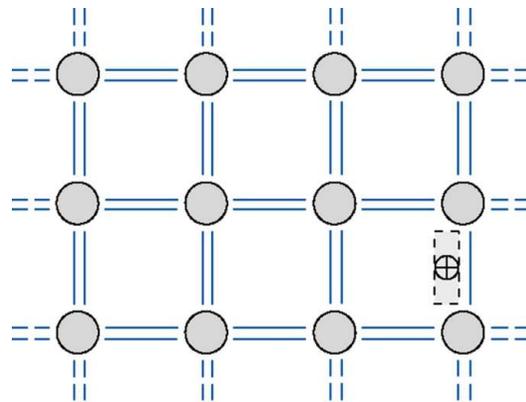
Notion de trous: conduction



(a)



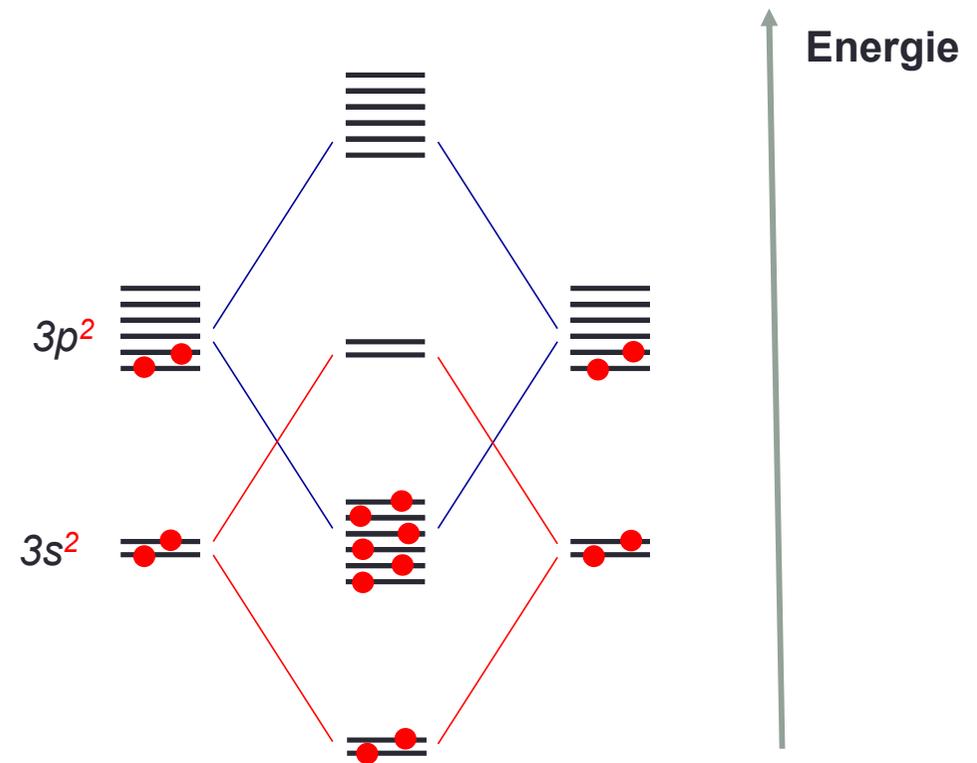
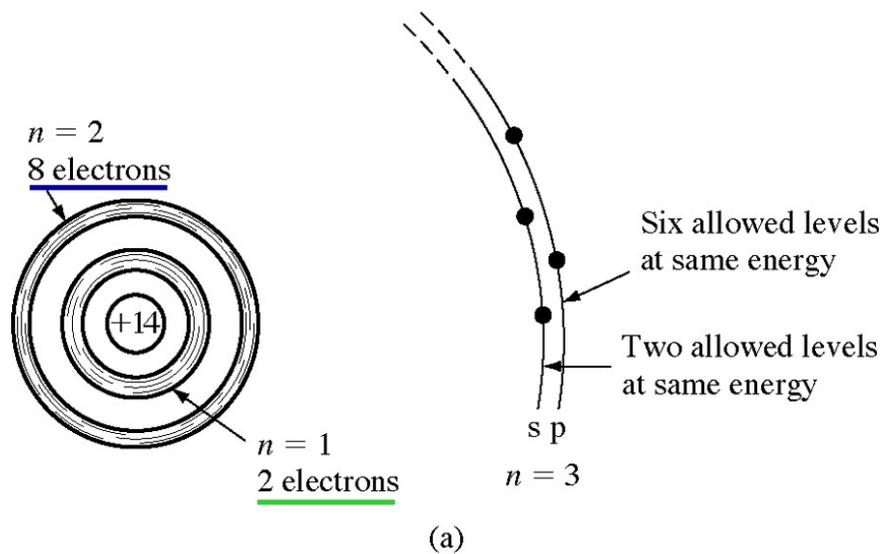
(b)



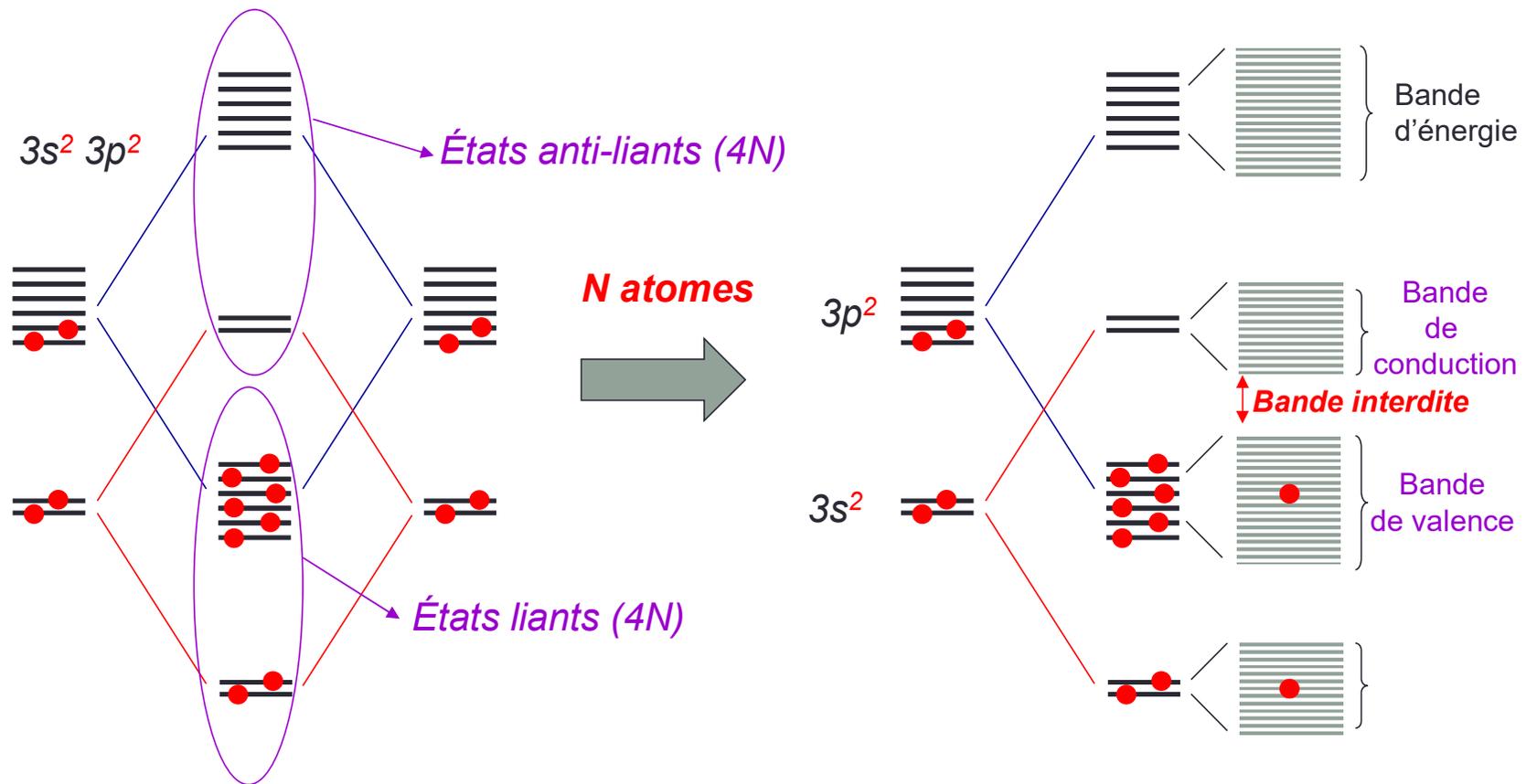
(c)

Formation des bandes d'énergie

- Modèle qualitatif pour le *Silicium*:
 - Structure électronique (14 électrons)
 - $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^2$

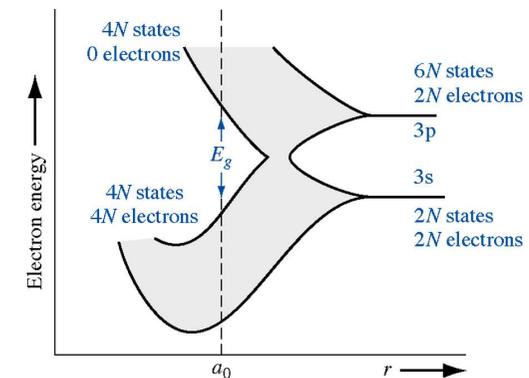
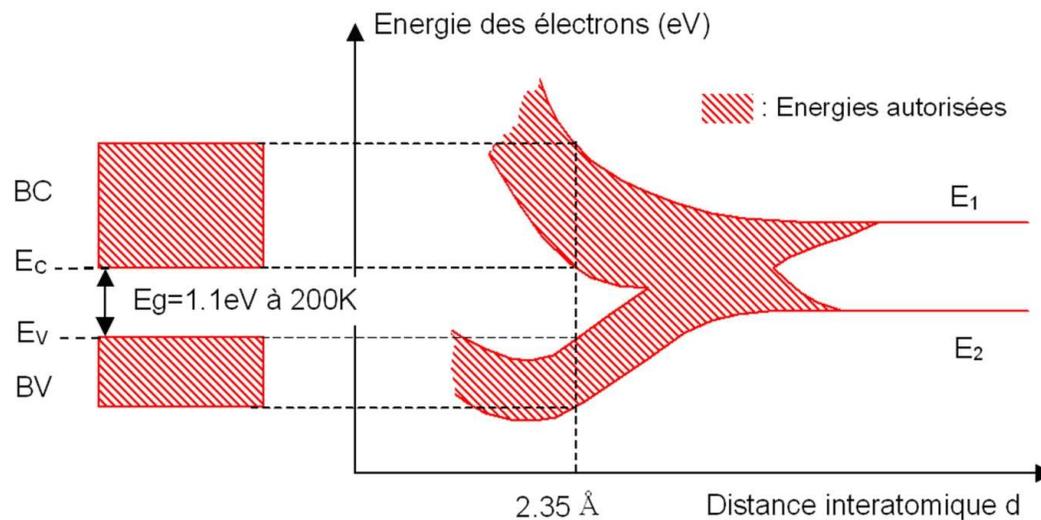


Formation des bandes d'énergie

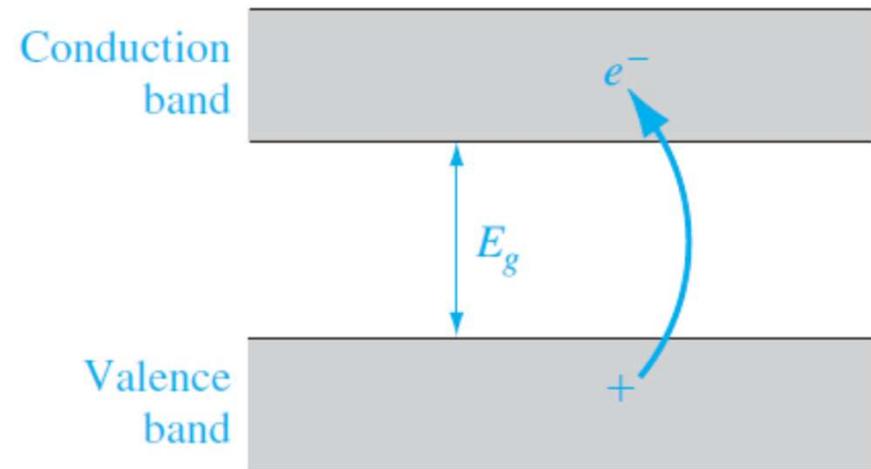
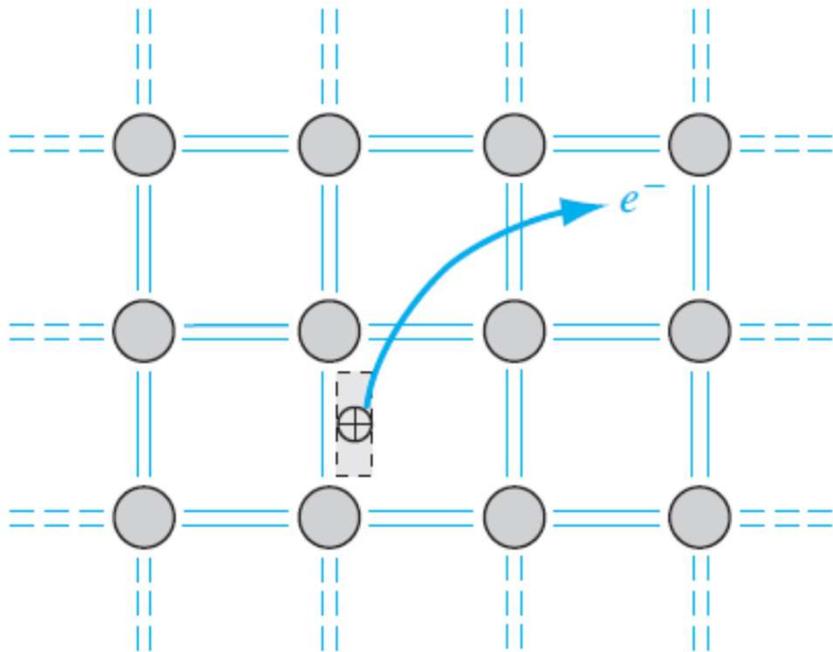


Formation des bandes d'énergie

- La largeur de la bande interdite dépend (entre autres) de la distance inter atomique a_0



Bandes énergétiques d'un SC



Conduction par électrons et trous

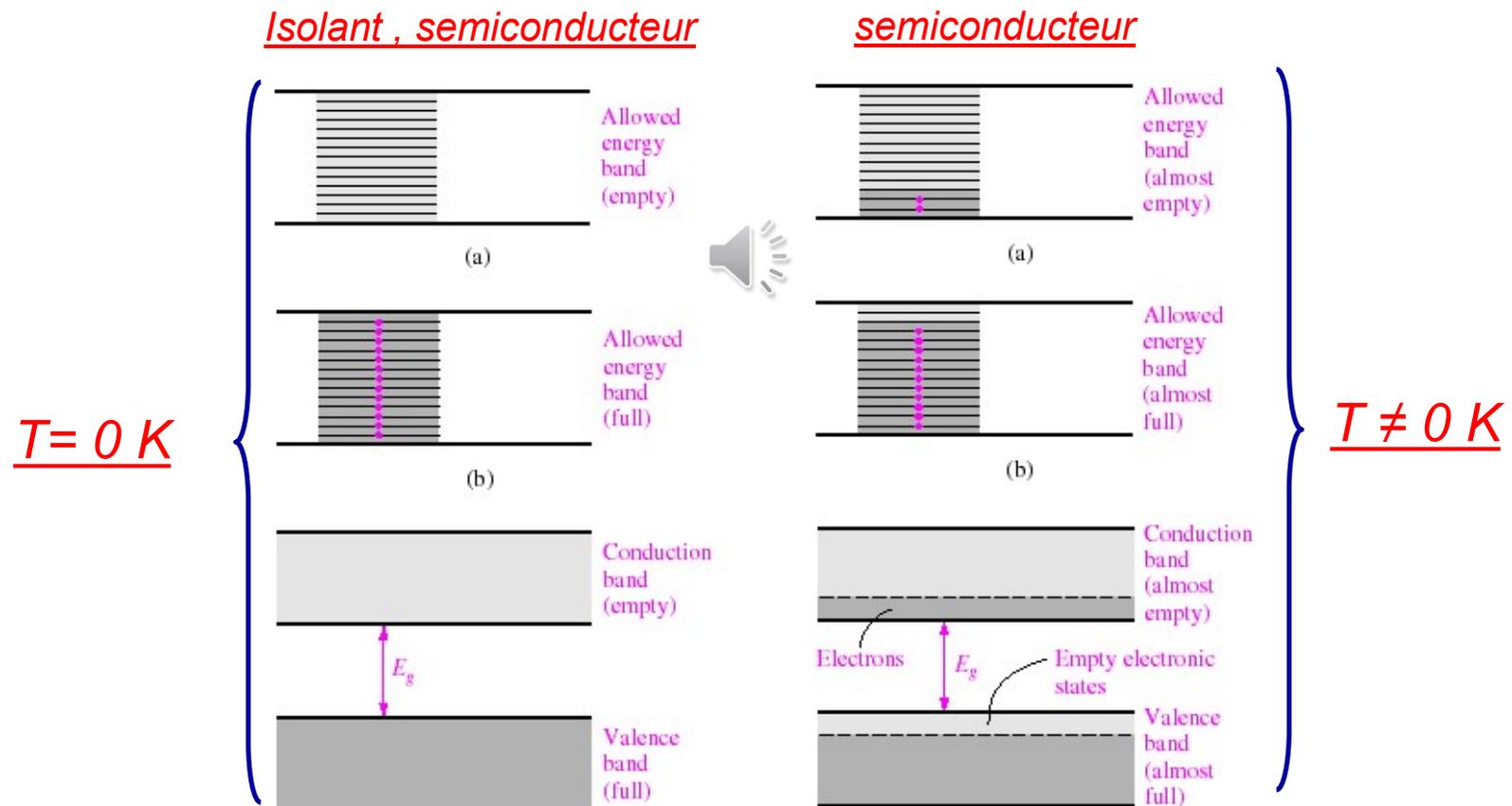
- Cas fréquent dans les semiconducteurs:
 - En pratique, dans les semiconducteurs, il existe une bande presque vide que l'on appelle bande de conduction (**BC**) au dessus d'une bande presque pleine que l'on appelle bande de valence (**BV**). Elles sont séparées par une bande interdite (« bandgap ou gap »).



$$\bar{J} = \underbrace{qn\mu_n}_{BC} \varepsilon + \underbrace{qp\mu_p}_{BV} \varepsilon = \sigma \varepsilon$$

Semiconducteur ou isolant ?

- Comment les différentie on?



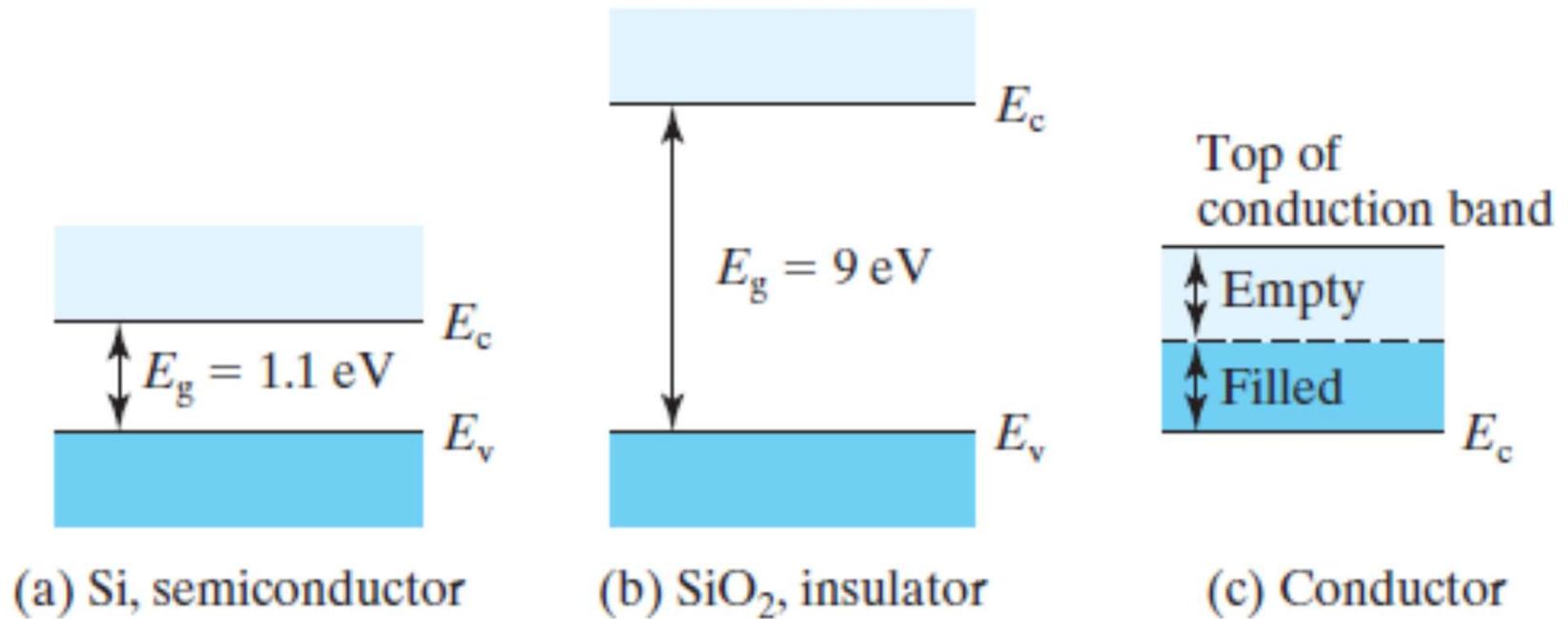
Métal ?

- $T=0K$ ou $T \neq 0K$



Il existe déjà à $0K$ et a fortiori à $T > 0K$ une bande partiellement remplie d'électrons, donc qui conduit : c'est un métal.

En résumé:

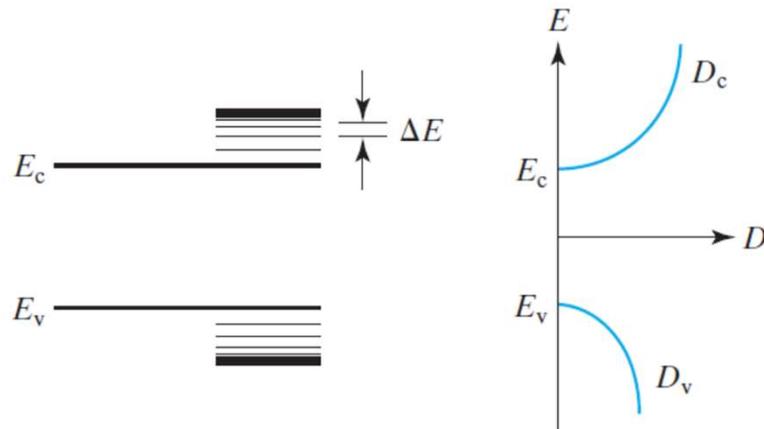


Densité d'états

$$D_c(E) = \frac{8\pi m_n \sqrt{2m_n(E - E_c)}}{h^3}, \quad E \geq E_c$$

$$D_v(E) = \frac{8\pi m_p \sqrt{2m_p(E_v - E)}}{h^3}, \quad E \leq E_v$$

$$D_c(E) \equiv \frac{\text{number of states in } \Delta E}{\Delta E \times \text{volume}}$$



Résumé:

- Métal:
 - Très faible résistivité
 - Conduit mieux le courant à basse température
- Isolant:
 - Ne conduit pas le courant même à haute température
 - « gap » supérieur à 6 eV (valeur généralement admise)
- Semiconducteur:
 - « gap » inférieur à 3,5 eV (la tendance est à l'augmentation de ce critère!)
 - Sa conductivité est une fonction **non monotone** de la température





CHAPITRE 8

Mécanique statistique : la fonction de
Fermi – Dirac et la fonction de
Maxwell – Boltzmann

Les différentes statistiques

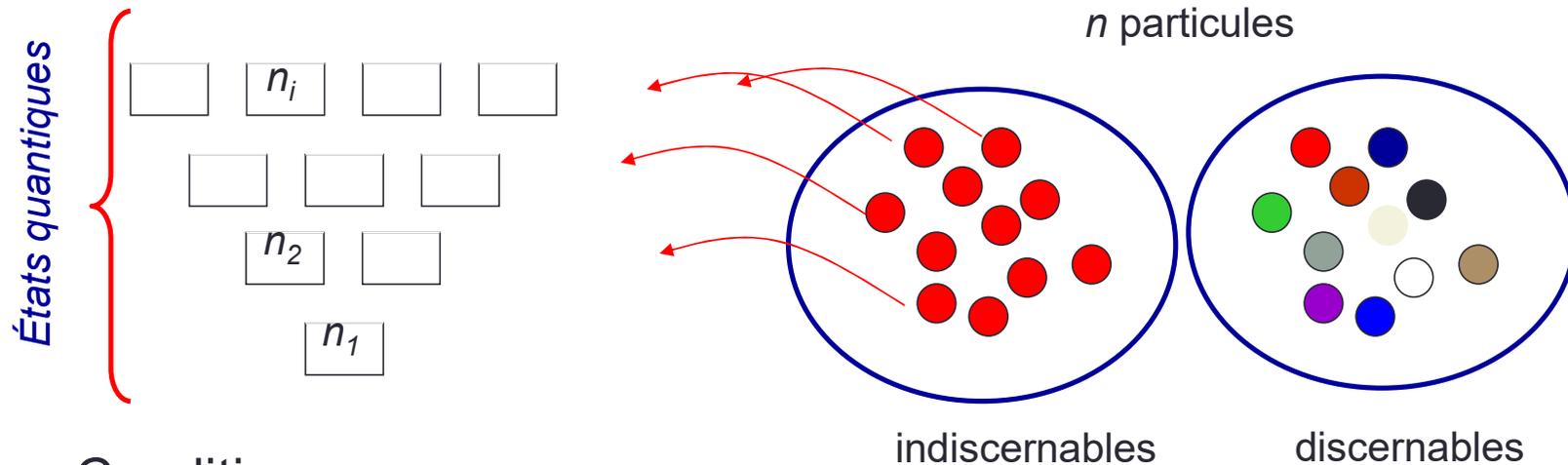
- Statistique de Maxwell – Boltzmann
 - Particule discernable
 - Molécules de gaz dans une enceinte basse pression
- Statistique de Bose – Einstein
 - Particule indiscernable
 - Plusieurs particules sur un même état quantique 
 - Photons, Phonons
- Statistique de Fermi – Dirac
 - Particule indiscernable
 - 1 seule particule sur un même état quantique (principe d'exclusion de Pauli)
 - Électrons dans les solides

Les particules n'interagissent pas entre elles

Les différentes statistiques



- Méthodes de résolution:



- Conditions :

- Nb de particules est constant
- Énergie interne constante
- Discernables ou indiscernables?
- 1 ou plusieurs par état quantique ?

$$: \sum_i n_i = n$$

$$: \sum_i n_i E_i = E$$

Maxwell – Boltzmann

- Discernables
- Chaque état peut contenir grand nombre de particules
- L'état d'équilibre est celui le plus probable



- - - - -
- Soit un état d'équilibre avec n_1 particules dans c_1 , n_2 dans c_2 , ..., n_i dans c_i .
 - Quelle est la probabilité d'obtenir cette configuration?

$$P = \frac{n!}{n_1!n_2!\dots n_i!\dots} = \frac{n!}{\prod_i n_i!}$$

- Cette configuration est celle d'équilibre si P ou $\ln(P)$ est maximum $\Leftrightarrow d(\ln P) = 0$
- On obtient (voir par ex. Mathieu)

Probabilité que la particule soit sur le niveau E_i

$$f(E_i) = \frac{n_i}{g_i} = e^{-(E_i - E_F)/kT}$$

n_i : nb de particules sur E_i
 g_i : nb de places (états) sur E_i

Statistique de Fermi – Dirac

- Energie de Fermi: cette énergie E_F représente la variation de l'énergie libre du système en fonction du nombre de particules. On appelle également cette quantité le potentiel chimique
- l'énergie libre d'un système représente le travail maximal que ce système peut fournir à l'extérieur
- Le niveau de Fermi est une caractéristique propre à un système qui traduit la répartition des électrons dans ce système en fonction de la température.



Différence discernable ou non

(1 « bille » par case \Leftrightarrow Pauli)

Discernable

●	●	
	●	●
●		●
●	●	
	●	●
●		●

Indiscernable

●	●	
	●	●
●		●
●	●	
	●	●
●		●

$$\frac{g_i!}{(g_i - N_i)!}$$

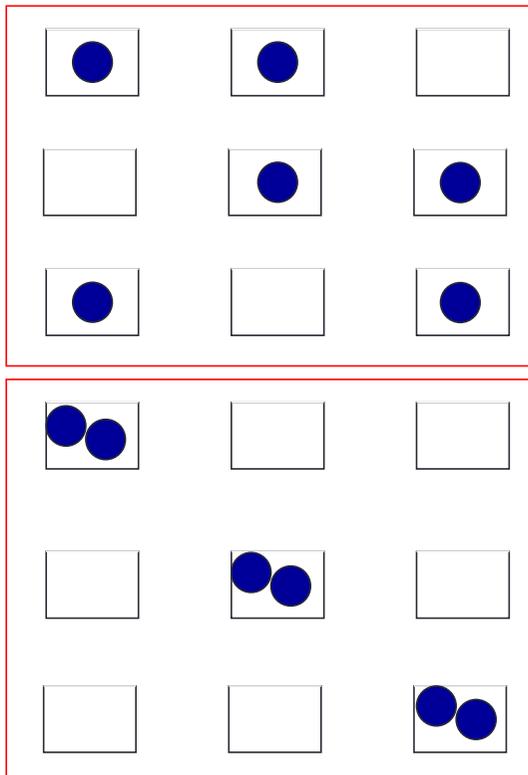
$$\frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

N_i

N_i : nb de particules sur E_i
 g_i : nb de places (états) sur E_i

indiscernables

« Bose »

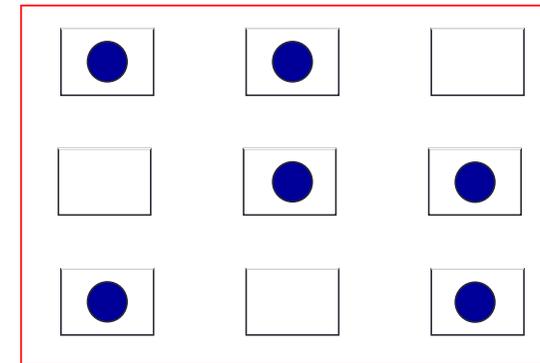


$$\frac{(N_i + g_i - 1)!}{(g_i - 1)! N_i!}$$



$$\frac{g_i!}{N_i! (g_i - N_i)!}$$

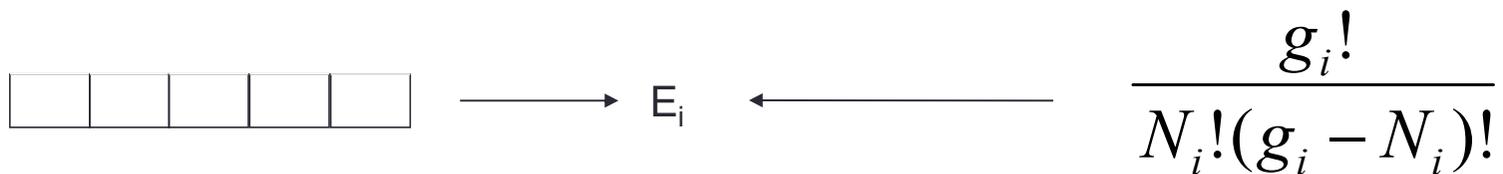
« Pauli »



N_i : nb de particules sur E_i
 g_i : nb de places (états) sur E_i

Statistique de Fermi – Dirac (indicernables+ »Pauli «)

- Même démarche que précédemment



- Niveau d'énergie E_i , g_i fois dégénéré (g_i « boites » ou cellules état quantiques de même énergie E_i) et N_i particules à distribuer.
- Si maintenant , on a plusieurs (n) niveau d'énergie, le résultat est le produit de toutes les distributions

$$P = \prod_{i=1}^n \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

Nb de niveau d'énergie

Statistique de Fermi – Dirac

- Même démarche que précédemment



Diagram illustrating the Fermi-Dirac distribution. The energy levels E_1, E_2, E_3, E_4 are shown with their respective degeneracies g_i (number of states) and the number of electrons N_i occupying them. The Fermi level is indicated by a blue circle containing 5 red dots.

The probability P of a state being occupied is given by:

$$P = \prod_{i=1}^n \frac{g_i!}{N_i!(g_i - N_i)!}$$

The Fermi-Dirac distribution function $f(E)$ is defined as:

$$f(E) = \frac{n(E)}{g(E)} = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

Labels and annotations:

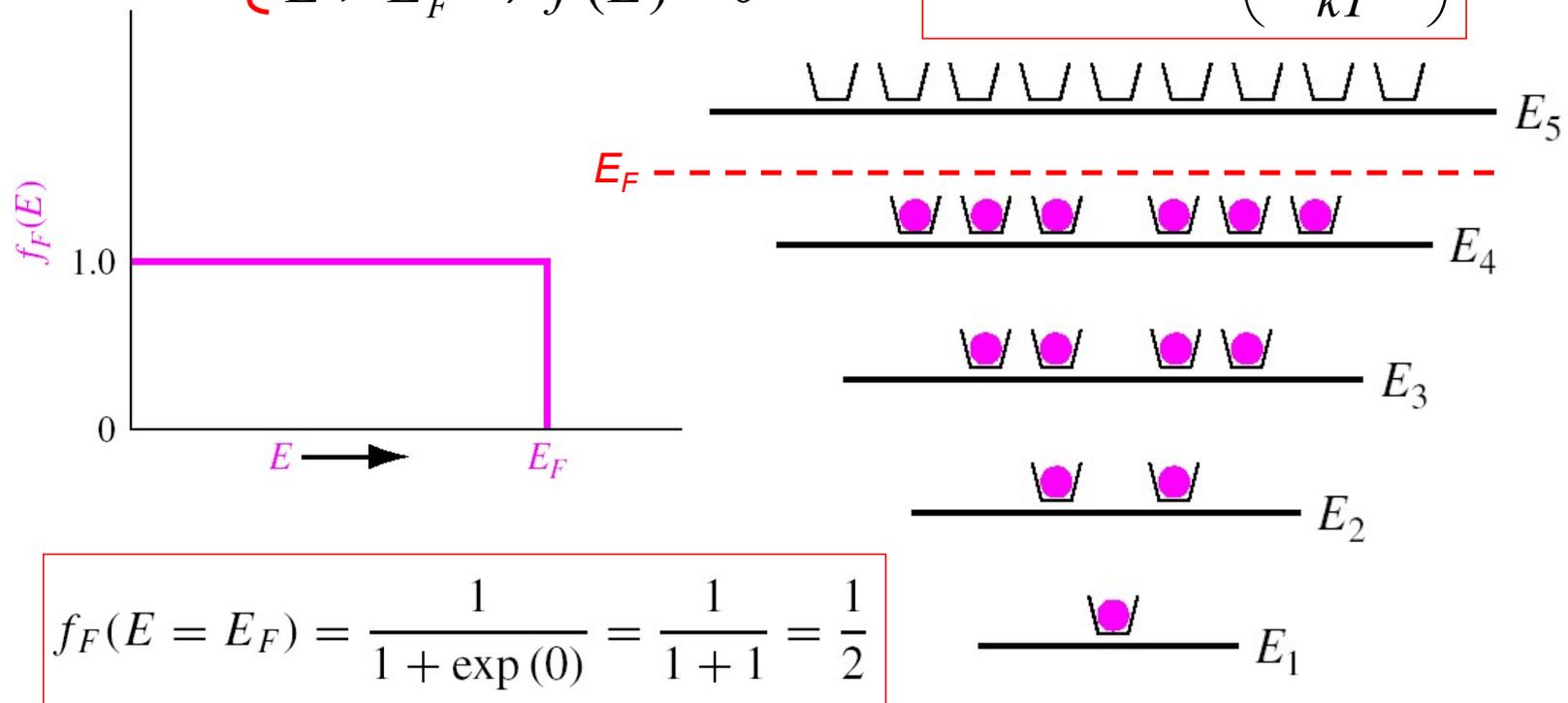
- Nb de niveau d'énergie**: Points to the index n in the product.
- Densité d'électrons sur le niveau E** : Points to $n(E)$ in the numerator of $f(E)$.
- Densité de « places » sur le niveau E** : Points to $g(E)$ in the denominator of $f(E)$.
- Niveau de Fermi**: Points to E_F in the exponent of $f(E)$.

Fonction de Fermi – Dirac



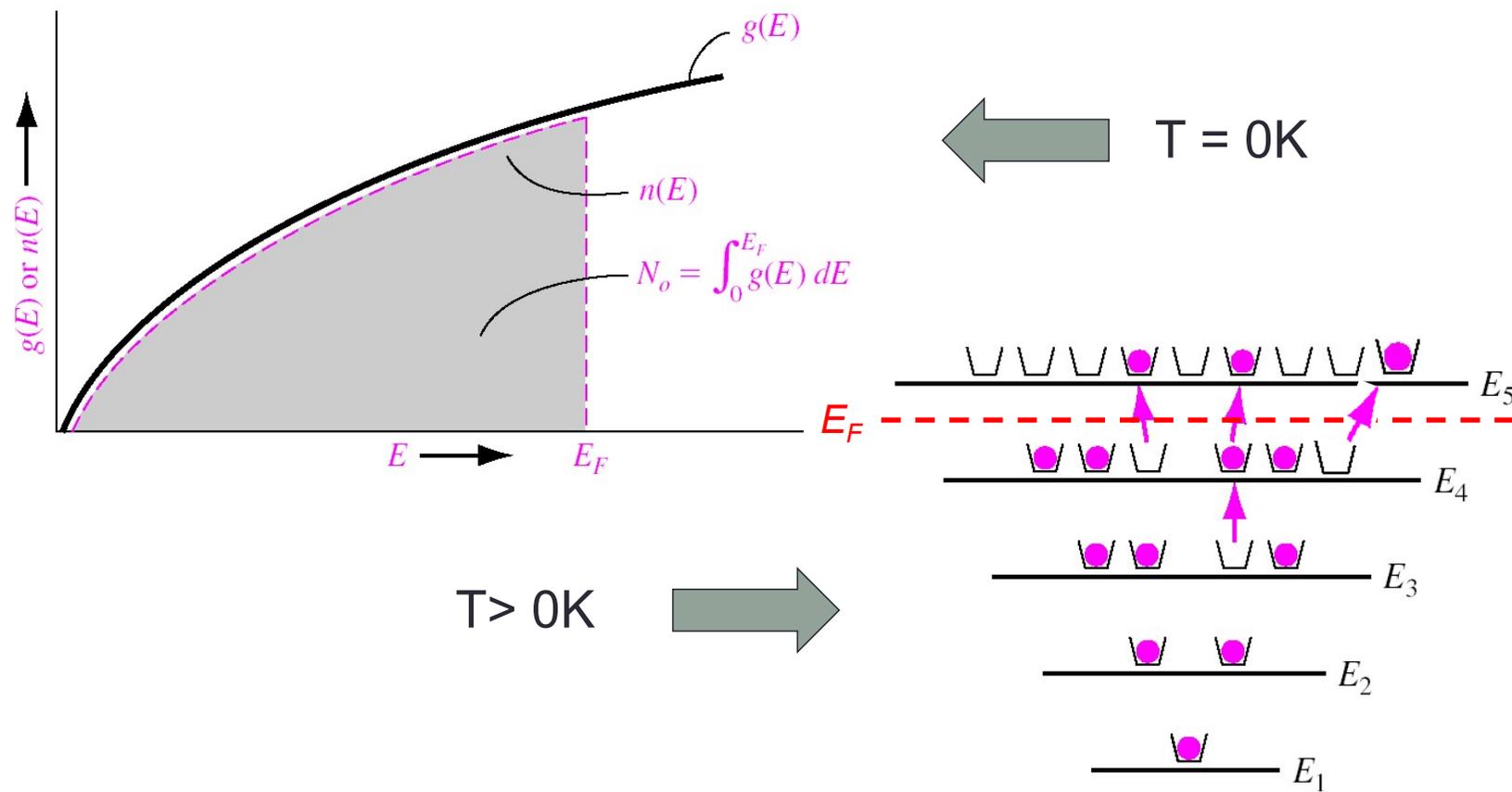
À T= 0K:
$$\begin{cases} E < E_F \Rightarrow f(E) = 1 \\ E > E_F \Rightarrow f(E) = 0 \end{cases}$$

$$f(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$

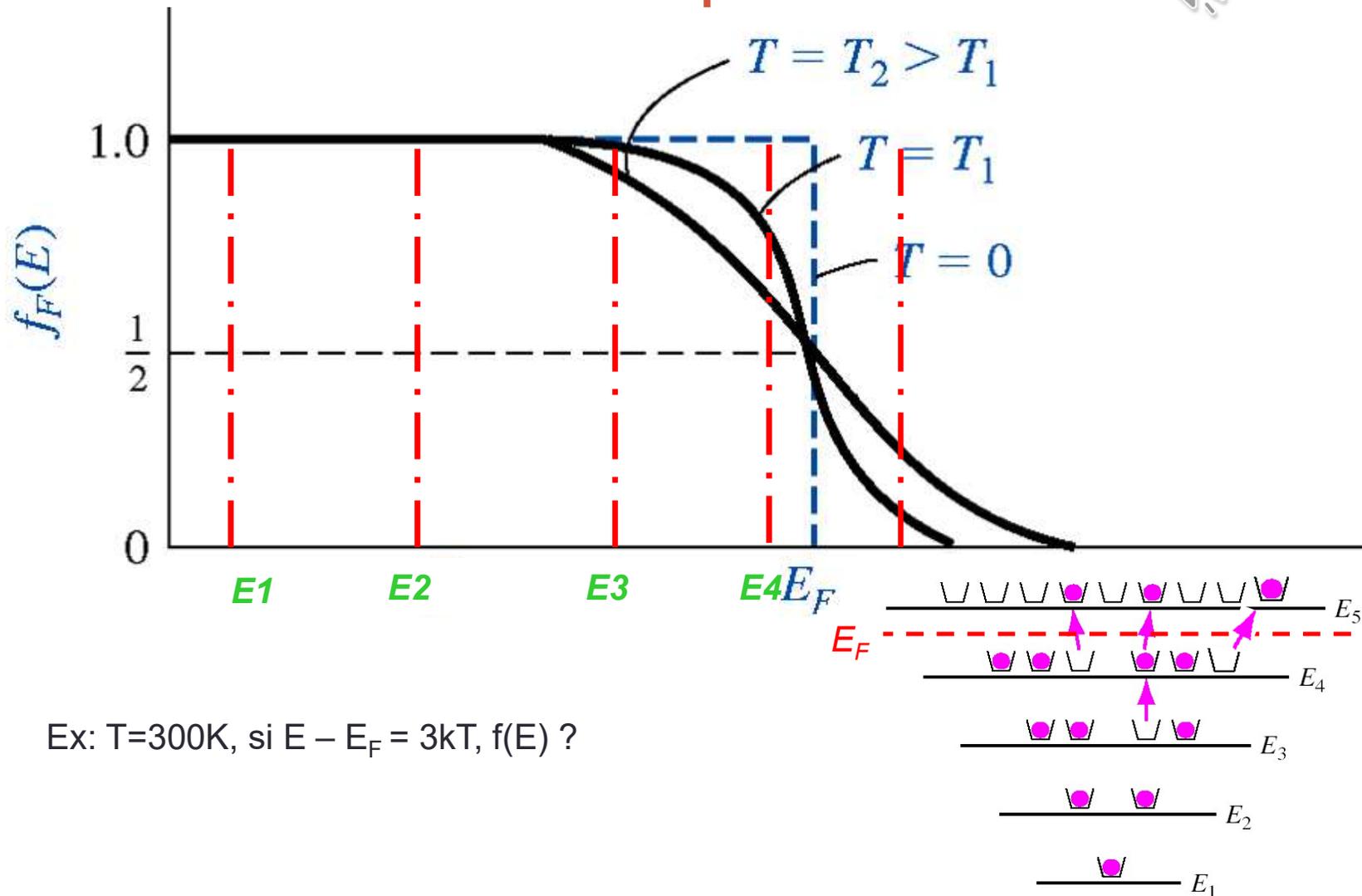


$$f_F(E = E_F) = \frac{1}{1 + \exp(0)} = \frac{1}{1 + 1} = \frac{1}{2}$$

Fonction de Fermi – Dirac



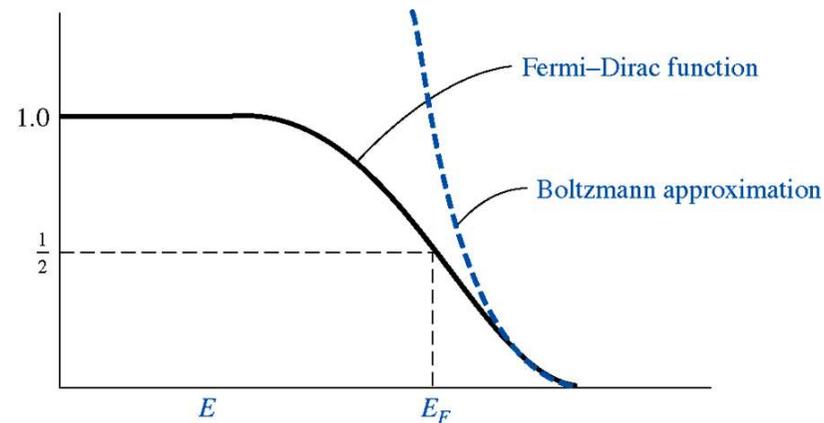
Influence de la température



Ex: $T=300\text{K}$, si $E - E_F = 3kT$, $f(E)$?

Passage FD \Leftrightarrow MB ?

- L'utilisation de FD pour les calculs n'est pas tjs aisée
- Dans quelle mesure MB est suffisant ?
 - Condition:



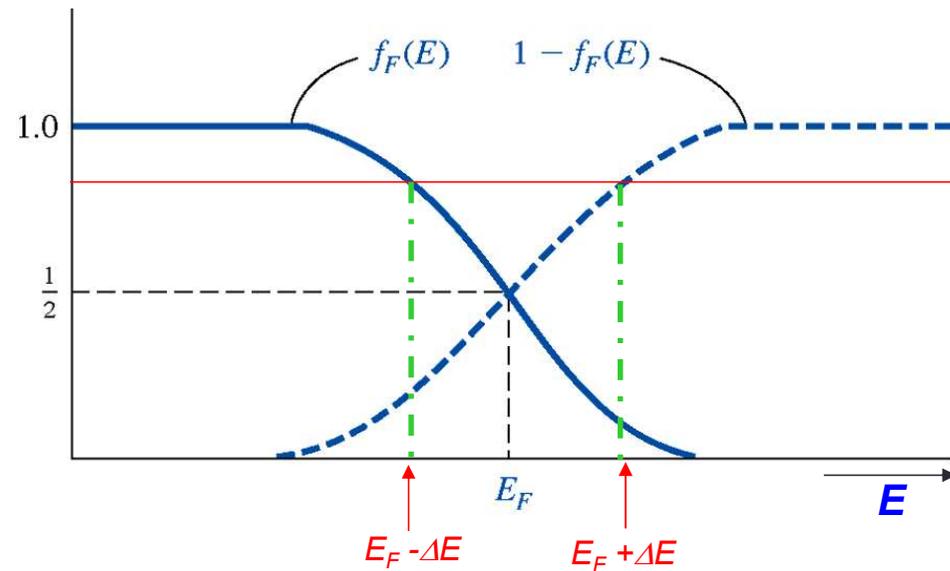
$$E - E_F \gg kT \quad \rightarrow \quad f_F(E) \approx \exp \left[\frac{-(E - E_F)}{kT} \right]$$

Si $E - E_F > 3 kT$, erreur est de 5%

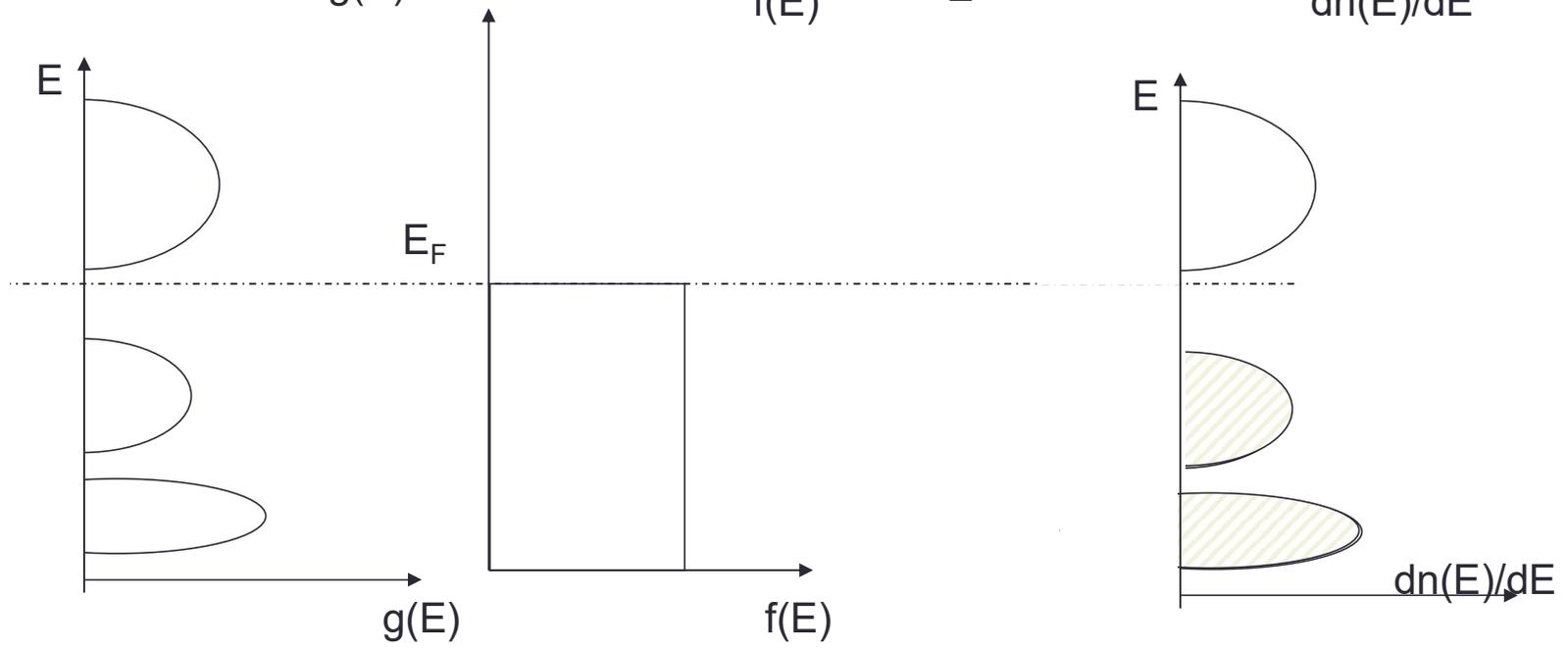
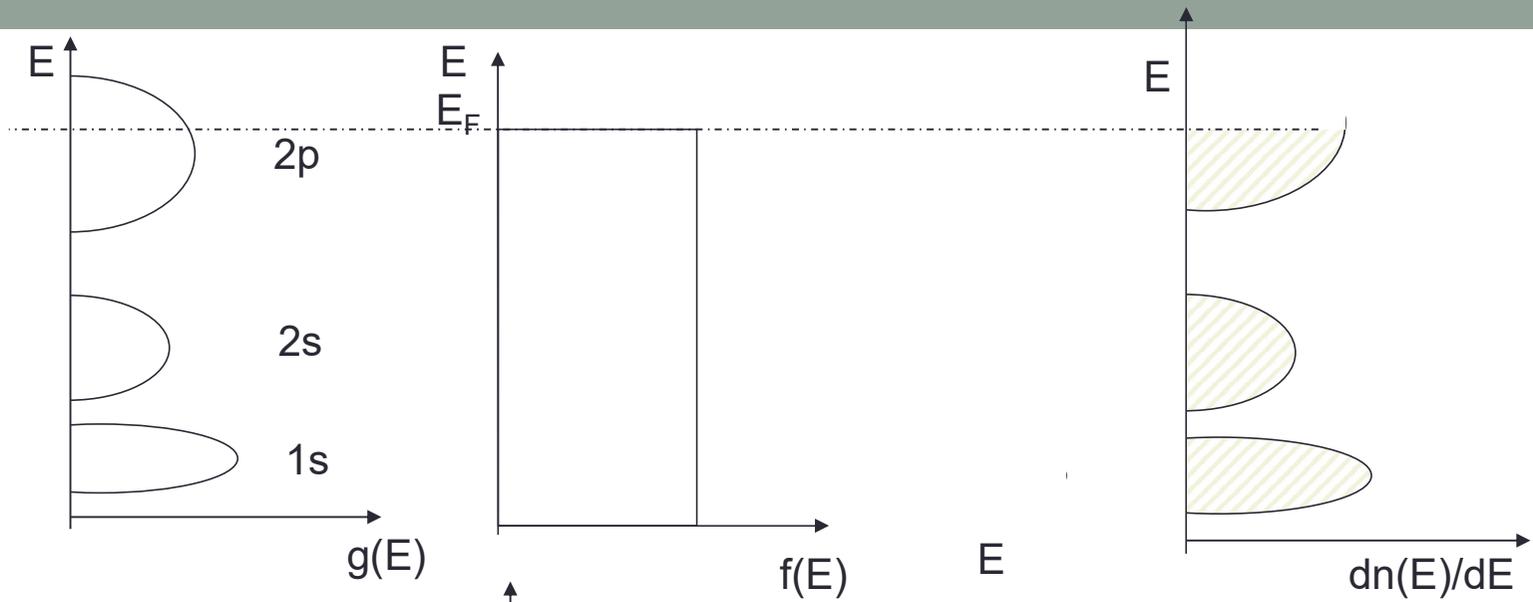
- Règle: on confondra la statistique de Fermi – Dirac et la statistique de Maxwell – Boltzmann pour tous les niveaux d'énergie tels que $|E - E_F| > 3kT$. À T ambiante, $kT=25 \text{ meV} \Leftrightarrow |E - E_F| > 75 \text{ meV}$.



Passage FD \Leftrightarrow MB



Pour $E < E_F$, il est facile de montrer que la probabilité de non occupation $1-f(E)$ est la même à $E_F - \Delta E$ que la probabilité d'occupation $f(E)$ à $E_F + \Delta E$. Le point $f(E) = 0,5$ est le centre de symétrie pour la courbe.





CHAPITRE 10

Le semiconducteur à l'équilibre thermodynamique

Le semiconducteur à l'équilibre

- C'est quoi l'équilibre?
 - Pas de forces extérieures:
 - Pas de tension appliquée
 - Pas de champ magnétique
 - Pas de gradient de température



Densité de porteurs de charges dans les SC.

- Question: combien y a-t-il d'électrons dans la BC et de trous dans la BV dans un semiconducteur à une température T?

- Réponse :

- À une énergie E:

$$n(E) = g_c(E)f(E)$$

$$p(E) = g_v(E)(1 - f(E))$$

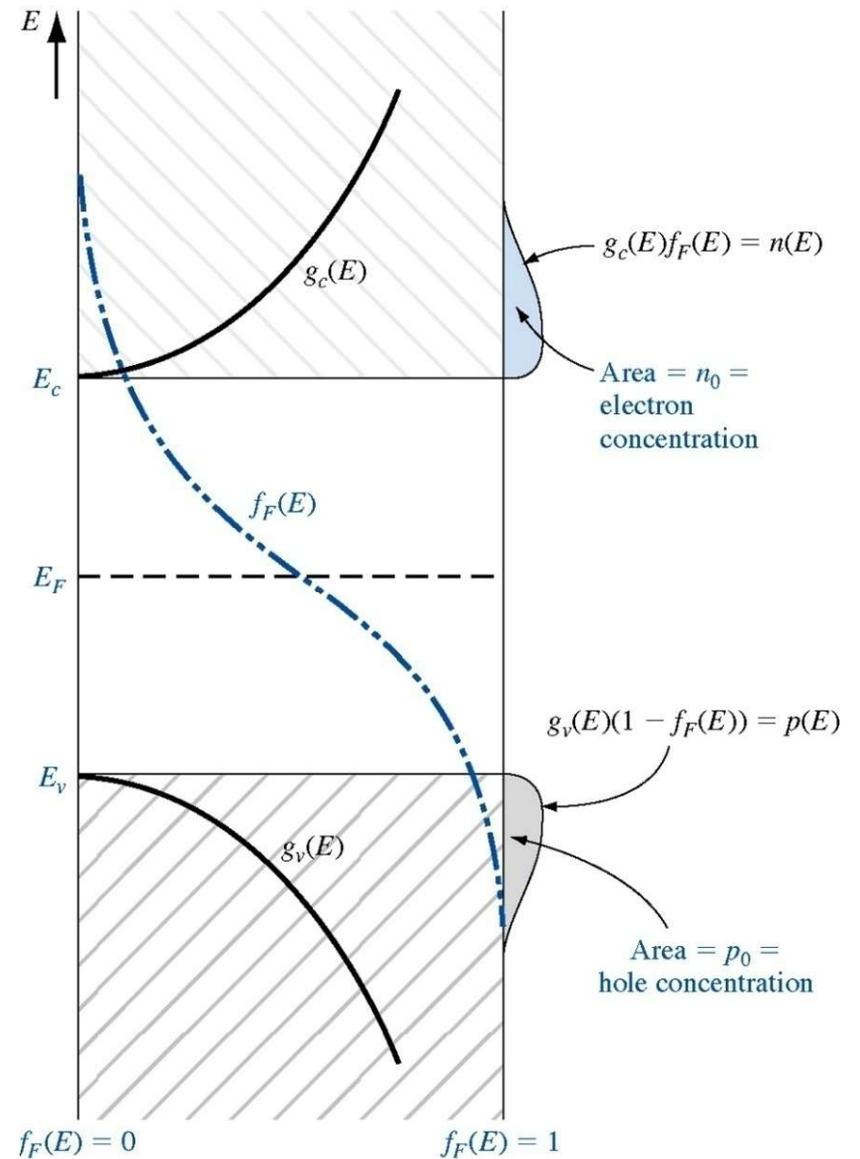


- Dans la bande de largeur ΔE

$$n_0 = \int_{E_{c \min}}^{E_{c \max}} g_c(E)f(E)dE$$

$$p_0 = \int_{E_{v \min}}^{E_{v \max}} g_v(E)(1 - f(E))dE$$

Densité de porteurs de charges dans les SC.



Calcul de n_0 et p_0

- hypothèse: E_F est à plus de $3kT$ sous la BC ou à plus de $3kT$ au dessus de BV \Leftrightarrow on peut utiliser l'approximation de MB.
 - Expression de n_0 :



$$n_0 = \int_{E_{c \min}}^{E_{c \max}} g_c(E) f(E) dE = \int_{E_{c \min}}^{+\infty} \frac{4\pi(2m_n^*)^{3/2}}{h^3} \sqrt{E - E_C} \times e^{-\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)} dE$$

$$n_0 = N_C \exp\left[\frac{-(E_C - E_F)}{kT}\right] \text{ avec } N_C = 2 \left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

Calcul de n_0 et p_0

$$n_0 = N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] \text{ avec } N_C = 2\left(\frac{2\pi m_n^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$



$$p_0 = N_V \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right] \text{ avec } N_V = 2\left(\frac{2\pi m_p^* kT}{h^2}\right)^{3/2}$$

N_C et N_V sont les **densité d'états effectives** (~ le nombre de places) dans la bande de conduction et la bande de valence respectivement. L'ordre de grandeur est $N_C \sim N_V \sim 2.5 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}$.

La loi d'action de masse

- Règle pratique: le produit du nombre d'électrons dans la BC par le nombre de trous dans la BV est donné par:

$$n \times p = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_c - E_v}{kT}\right) = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{kT}\right) = n_i^2$$



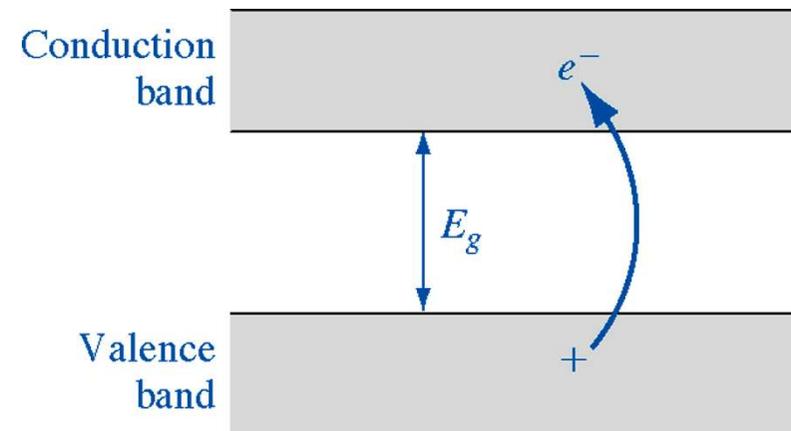
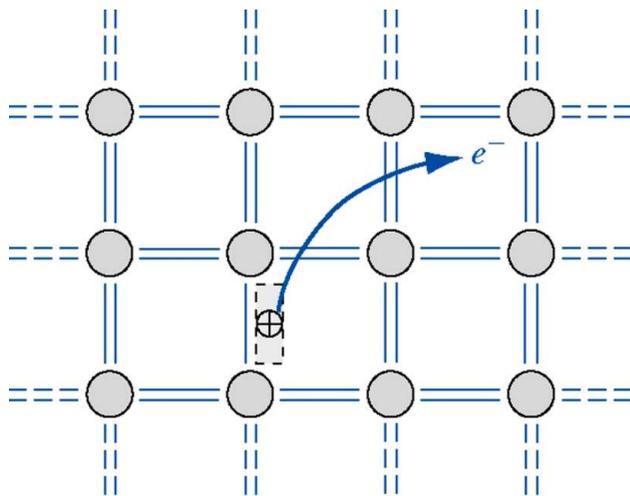
- Remarque importante: les expressions que nous venons d'établir pour n et p l'ont été en supposant que E_F distant d'au moins $3kT$ d'une ou l'autre bande. Ce calcul ne suppose pas que $n = p \Leftrightarrow$ la règle $n \times p = n_i^2$ restera vraie lorsque l'on dopera le SC, à condition de respecter la condition sur E_F . C'est le cas usuel. Dans le cas contraire (exception) on dit que le SC est dégénéré.

Niveau de Fermi dans un semiconducteur intrinsèque

- Semiconducteur intrinsèque : semiconducteur sans impuretés , ie que les niveaux d'énergie permis sont seulement ceux des bandes.
- Les électrons n dans la BC proviennent de la BV; ils laissent des trous p dans la BV

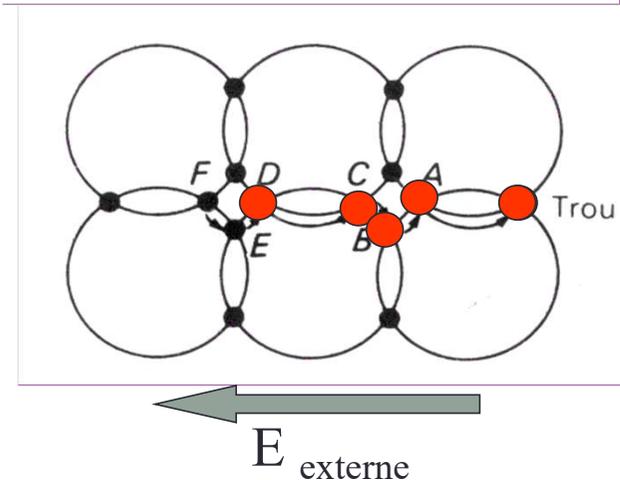
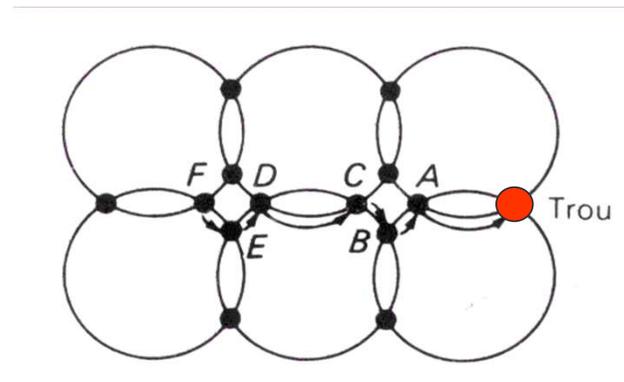


$$\Rightarrow n = p = n_i \quad \forall T$$

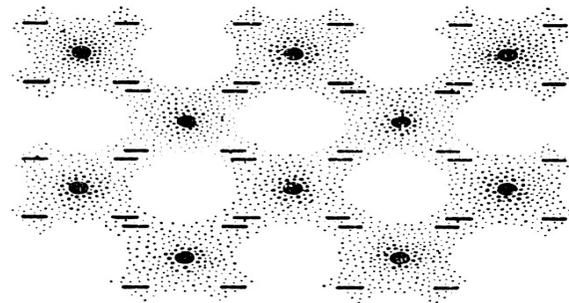


Conduction bipolaire

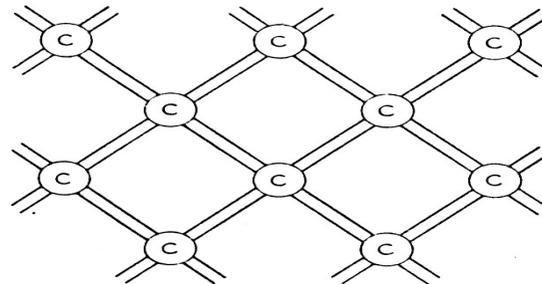
- La présence d'électrons et trous entraîne une conduction bipolaire dans les SC
- On peut privilégier une des deux conduction par le dopage du semi-conducteur, *ie* l'introduction d'impuretés



Électrons dans une structure Diamant (ex: Si)



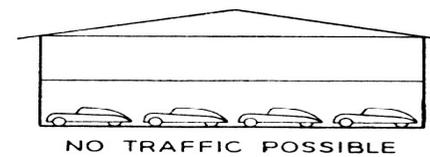
(a) ELECTRON PAIR BONDS



(c) PLANE DIAGRAM OF DIAMOND LATTICE WITH BONDS REPRESENTED BY LINES

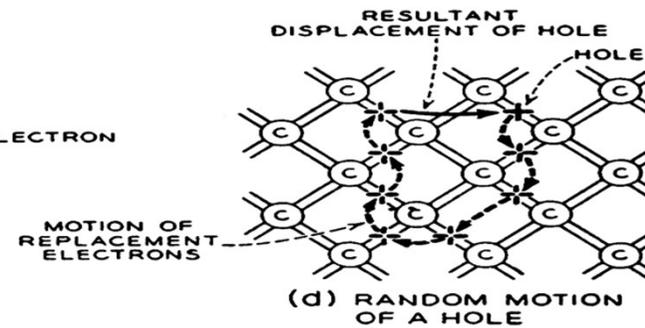
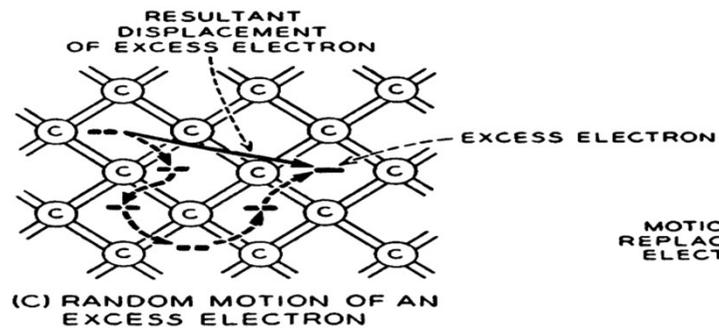
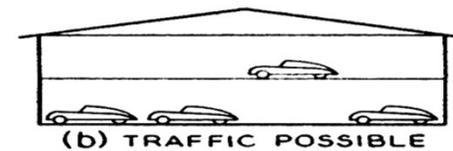
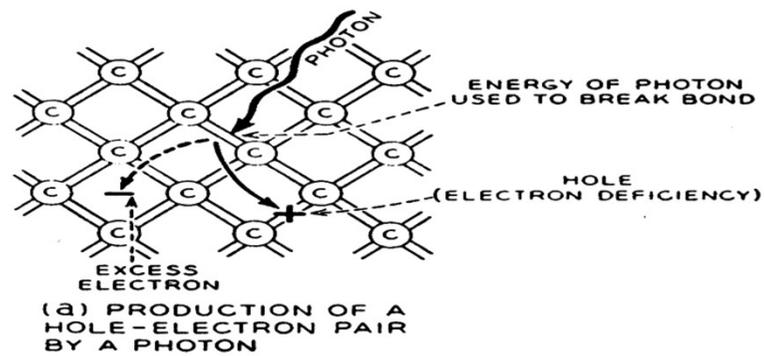


(b)



Électrons dans une structure Diamant (ex: Si)

Illustration d'après Shockley , Electrons and Holes



Niveau de Fermi dans un semiconducteur intrinsèque

- Postulat: $n = p$

$$n_0 = N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_{F_i})}{kT}\right] = p_0 = N_V \exp\left[\frac{-(E_{F_i} - E_v)}{kT}\right]$$



$$\exp\left[\frac{2E_{F_i}}{kT}\right] = \frac{N_C}{N_V} \exp\left[\frac{(E_c + E_v)}{kT}\right]$$



$$E_{F_i} = \frac{E_c + E_v}{2} + \frac{1}{2} kT \ln \frac{N_V}{N_C} = \frac{E_c + E_v}{2} + \underbrace{\frac{3}{4} kT \ln \frac{m_v^*}{m_c^*}}_{\sim 10 \text{ meV}} \approx \frac{E_c + E_v}{2} = E_{F_i}$$

$\sim 10 \text{ meV}$

Niveau de Fermi dans un semiconducteur intrinsèque

- Quelques valeurs numériques

	m_c^*/m_0	m_v^*/m_0	N_C (10^{19} cm^{-3})	N_V (10^{19} cm^{-3})	E_g (eV)	n_i (cm^{-3}) à 300K
Si	1,06	0,59	2,7	1,1	1,12	$1,5 \times 10^{10}$
Ge	0,55	0,36	1	0,5	0,66	$2,4 \times 10^{13}$
GaAs	0,067	0,64	0,04	1,3	1,43	$\sim 1 \times 10^6$
GaN	0,2	1,4	0,223	4,6	3,39	$\sim 10^{-11}$
4H-SiC			1,69	2,49	2,86	
InP	0,073	0,87	0,05	2	1,27	

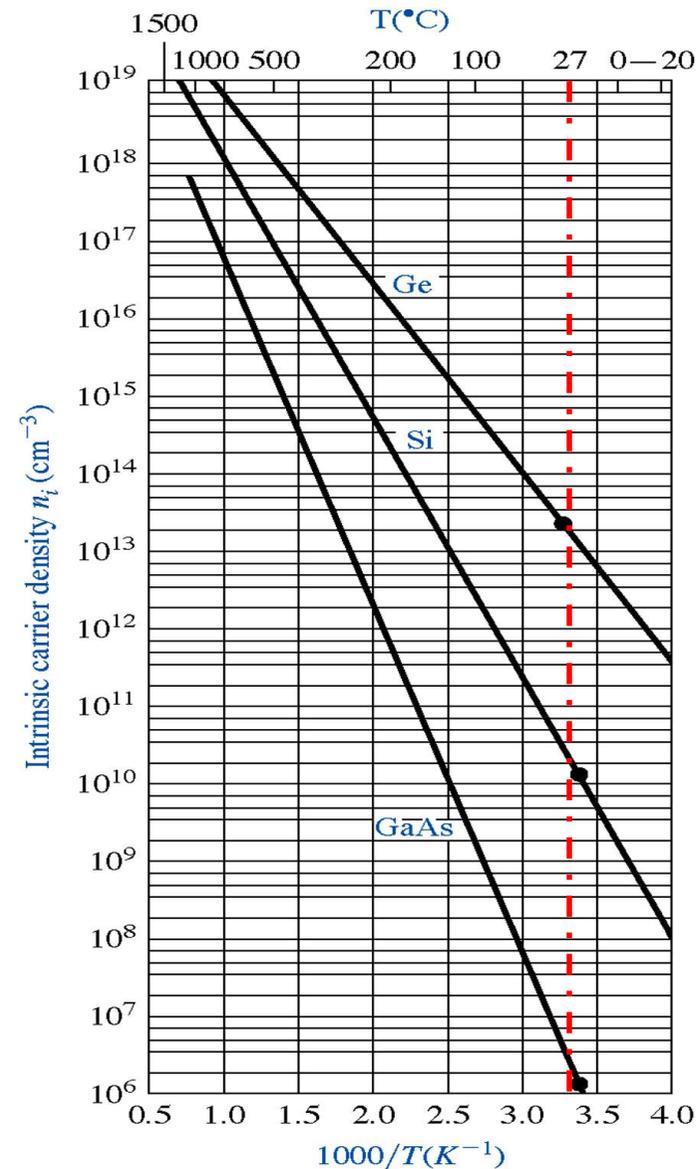


Variation $n_i(T)$

$$n_i = \sqrt{N_c N_v} \exp\left(-\frac{E_g}{2kT}\right)$$



- Dans un SC intrinsèque:
 - n_i n'est **pas constant**
 - n_i est d'autant plus grand que:
 - E_g est petit
 - Température élevée



Dopage du semiconducteur

- Va permettre de changer et surtout contrôler les propriétés électriques du SC
- Introduction d'impuretés (dopants) qui vont modifier la relation $n = p$:
 - Impuretés de type donneur $\Leftrightarrow n > p \Leftrightarrow$ type n
 - Impuretés de type accepteur $\Leftrightarrow p > n \Leftrightarrow$ type p



La position des espèces chimiques dopantes dans le tableau de Mendeleïev et la position des atomes constituant le réseau cristallin hôte définissent le rôle des impuretés

Semi-conducteur intrinsèque

- Variation exponentielle de la densité de porteurs
- Si $n_i > 10^{15} \text{cm}^{-3}$, le matériau inadapté pour des dispositifs électroniques.

■ Remarque:

- Le produit np est indépendant du niveau de Fermi

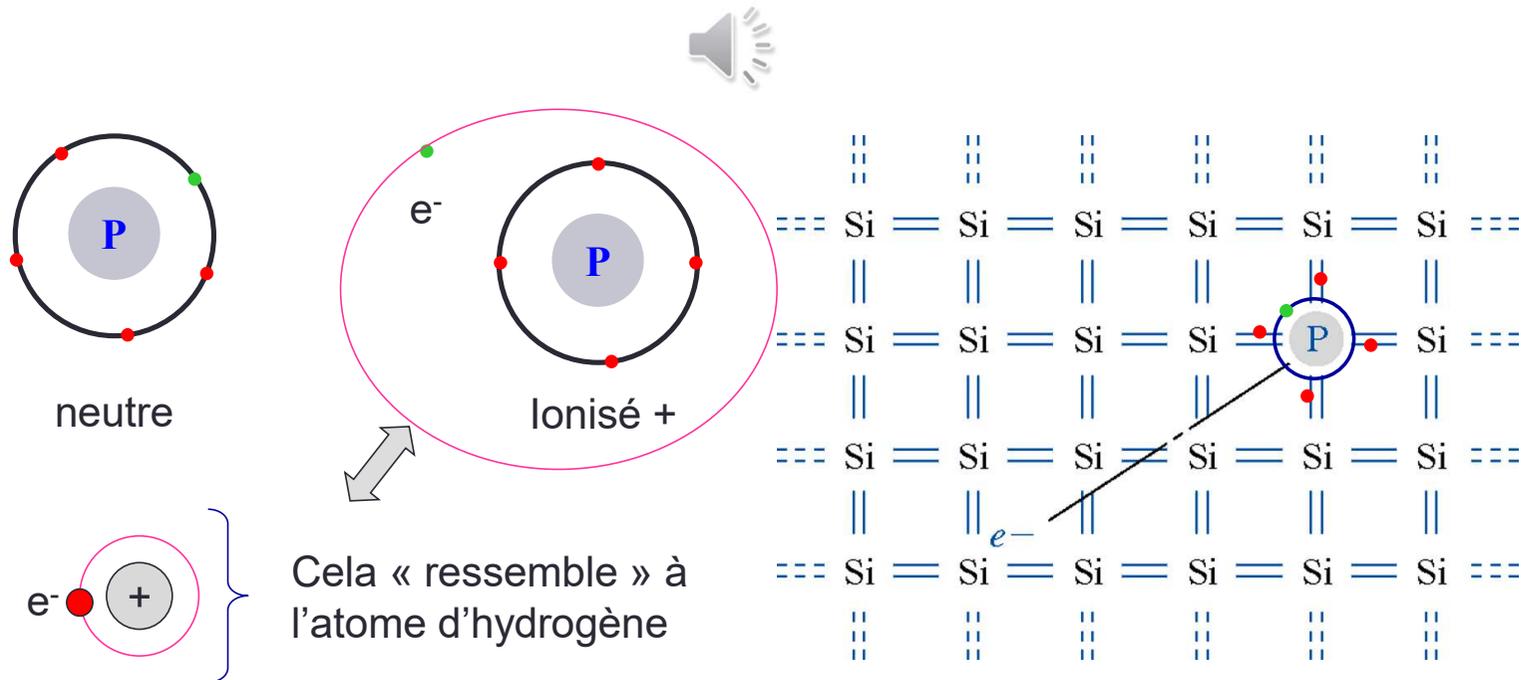
Expression valable même si semi-conducteur dopé

→ *SC à grands « gap »
Type SiC, GaN, Diamant*

↓
Introduction du dopage

Dopage du semiconducteur

- Considérons le cas du SC Silicium (col IV)
 - Introduisons des atomes dopants de la colonne V:
 - Par ex N, As ou P \Leftrightarrow 5 électrons périphériques *ie* un de « trop » / au Si.



Dopage du semiconducteur

- Atome colonne V : analogie avec l'atome d'hydrogène
 - Le « cinquième » électron n'appartient pas à la BV !
 - Le « cinquième » électron n'appartient pas à la BC !
 - Où est il énergétiquement ?
- Modèle de l'hydrogène « modifié »: 
 - L'électron ne se déplace pas dans le vide
 - L'électron est affecté d'une masse « effective »

Niveau d'énergie dus aux impuretés.

• Force

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{vide}}} \frac{q^2}{r^2}$$

• Potentiel

$$V = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{vide}}} \frac{q^2}{r}$$

• Énergie

$$E_n = -\frac{mq^4}{2n^2(4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{vide}}\hbar)^2}$$

• Rydberg

$$R = \frac{mq^4}{2(4\pi\epsilon_0\epsilon_{\text{vide}}\hbar)^2} = 13,6\text{eV}$$

On doit remplacer:

- ϵ_{vide} par ϵ_{sc}
- m par m^* .



$$R_y^* = R_y \frac{1}{\epsilon_{\text{sc}}^2} \frac{m^*}{m_0}$$

Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.

- Application pour le Silicium ($\epsilon_{\text{Si}}=12$)
 - Dans notre cas E est l'énergie qu'il faut apporter à l'électron pour l'amener dans la bande de conduction (le rendre libre, mais pas l'extraire du matériau)
 - $E = E_C - E_D = R_y^*/n^2 = R_y^*$



$$R_y^* = 13,6 \frac{1}{(12)^2} \frac{0,5 \times m_0}{m_0} \approx 40 \text{ meV}$$

- Expérimentalement on trouve:
 - P => 44 meV
 - As => 49 meV
 - Sb => 39 meV
 - Bi => 67 meV

Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.

- Résumé:

- Tant que le « 5ème » électron est lié à P (basse température)
 - ⇔ état d'énergie E_D et son « orbite » est localisée près de l'atome
- Lorsque on « l'amène » sur E_C ⇔ changement de son état quantique (lié => état quantique décrit par l'onde de Bloch)
 - ⇔ il peut se propager dans tout le cristal ⇔ il participe à la conduction

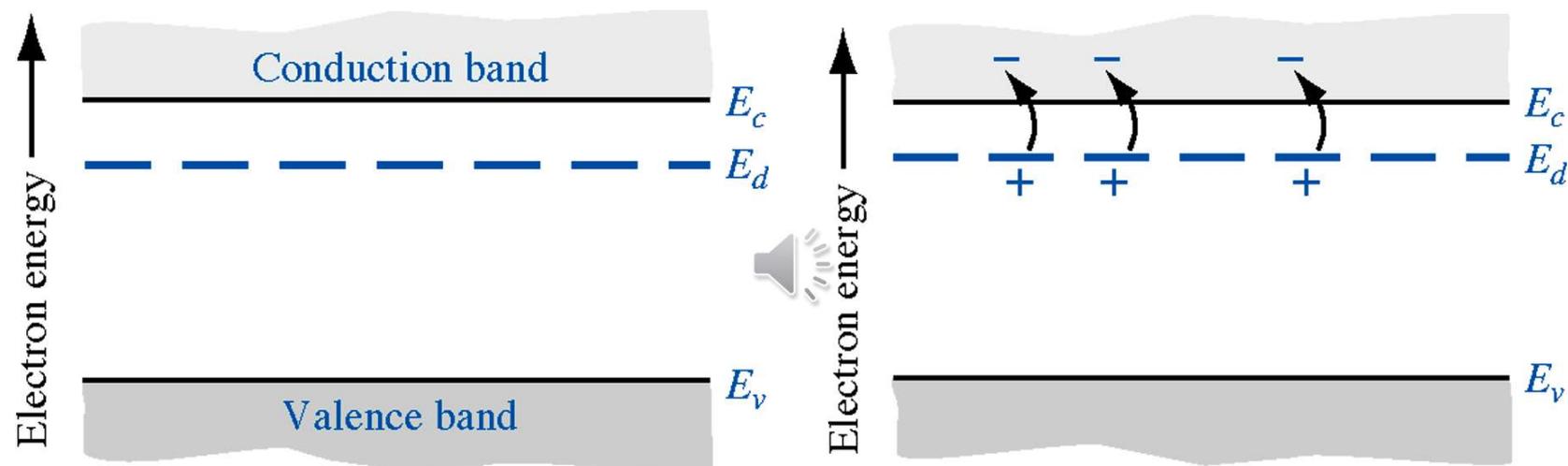


- SC composés (« compounds SC »)

- GaAs ou InP (III-V)

- VI à la place de As => Se, Te
- IV à la place de Ga => Si, C, Sn
- $m^*=0,05 m_0$ ⇔ $E_C - E_D = 5 \text{ meV} !!$

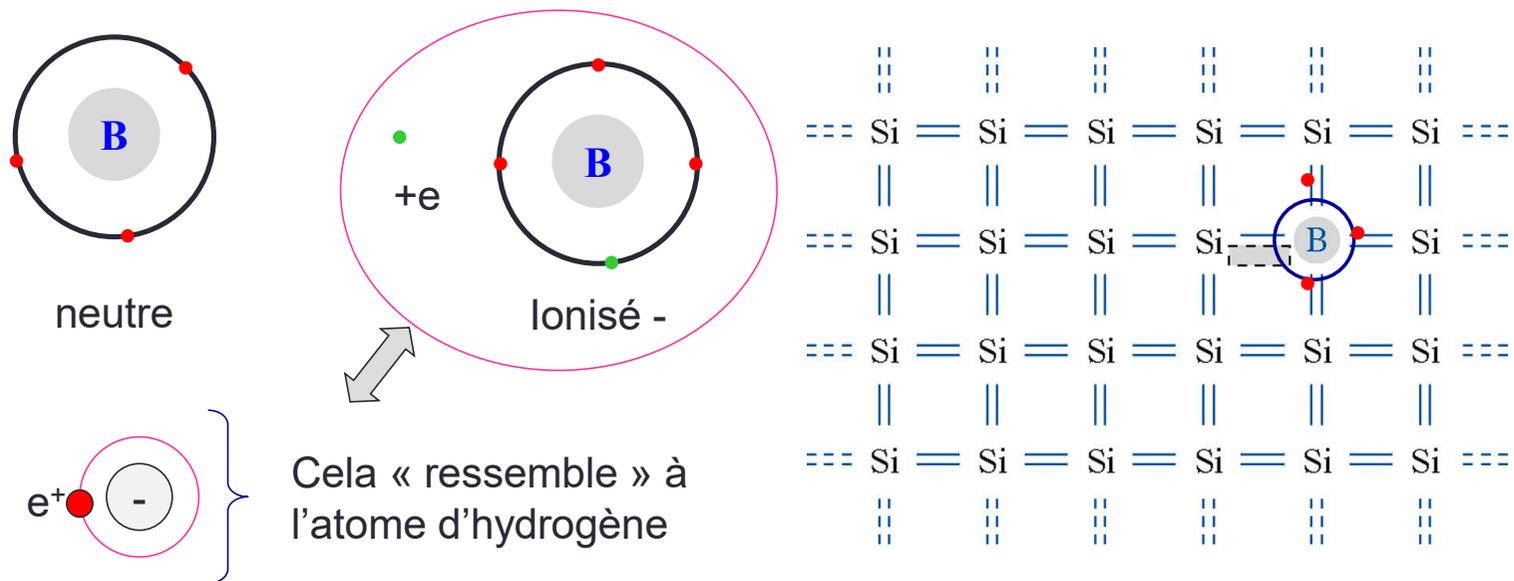
Niveau « donneur » dans la Bande Interdite.



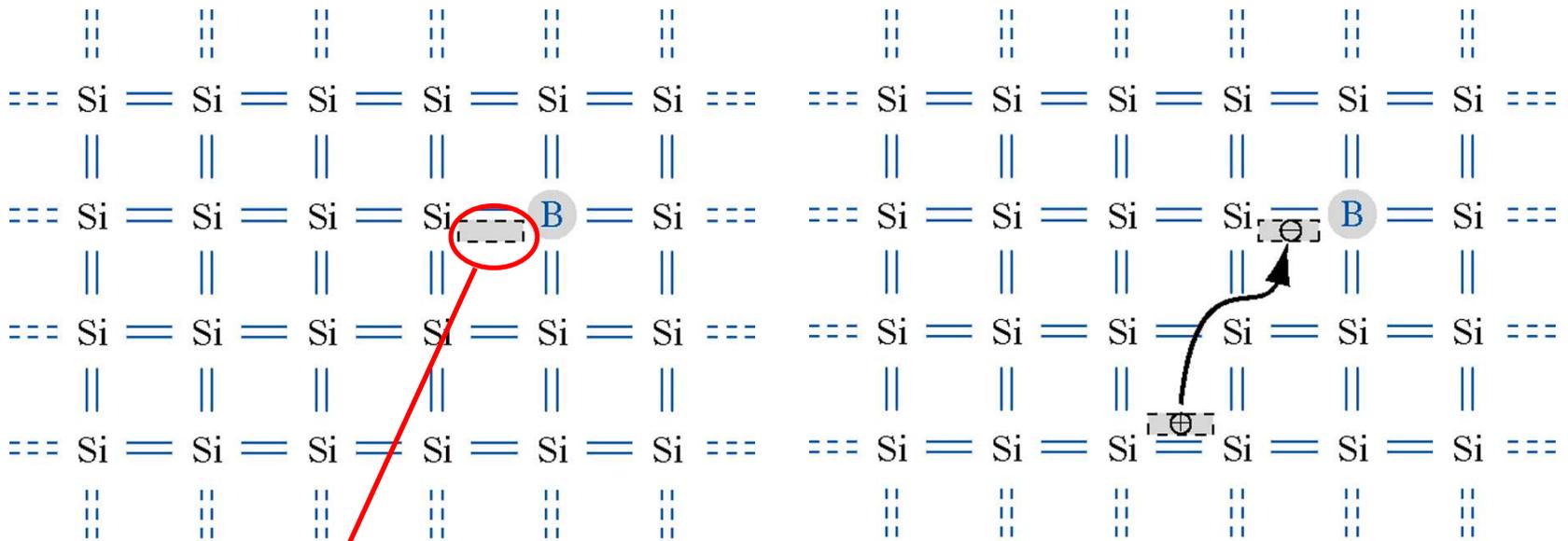
- On remarque que l'on a créé des électrons dans la bande de conduction sans la présence de trous dans la bande de valence $\Leftrightarrow n \gg p$.
- La BV est pleine \Leftrightarrow ne conduit pas!

Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.

- Considérons le cas du SC Silicium (col IV)
 - Introduisons des atomes dopants de la colonne III:
 - Par ex B, Al ou Ga \Leftrightarrow 3 électrons périphériques *ie* un de « moins » / au Si.



Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.



État quantique libre : le niveau de cet état quantique est très proche de la bande de valence. Même calcul que pour le « donneur »

Calcul de la position du niveau énergétique E_d ou E_a



- Le problème « ressemble » au modèle de l'atome d'hydrogène:

$$E_n = \frac{m_0 e^4}{2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2} = \frac{13.6}{n^2} eV$$

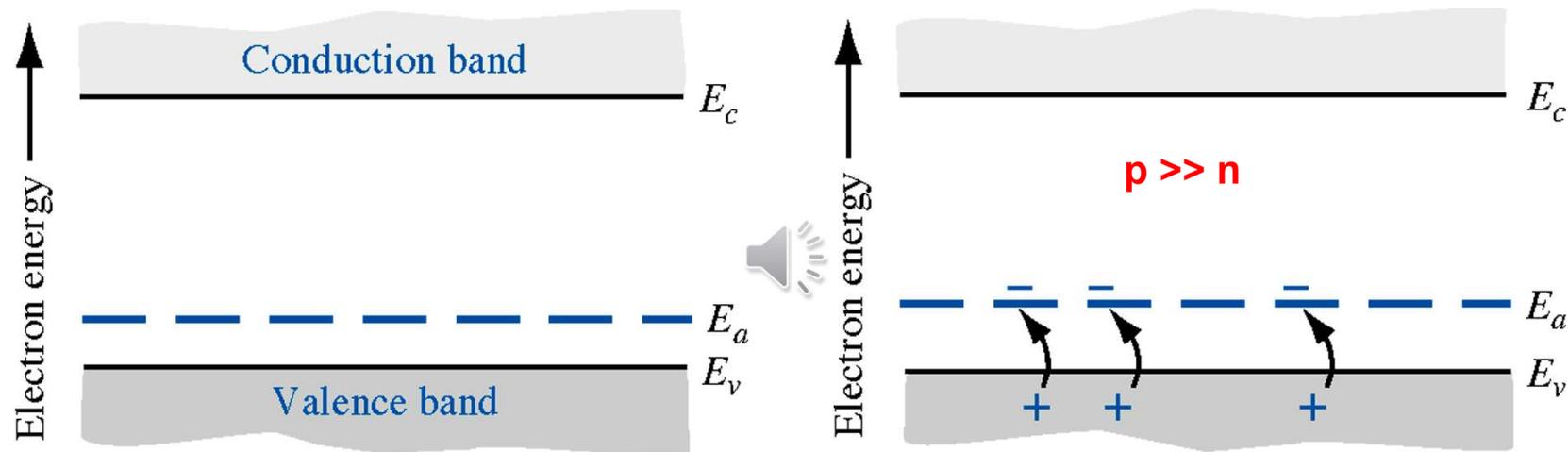
- Introduction du Rydberg « modifié » :

$$E_d = E_C - 13.6 \left(\frac{m^*}{m_0} \right) \left(\frac{\epsilon_0}{\epsilon} \right)^2$$

Semiconductor	Impurity (Donor)	Shallow Donor Energy (meV)	Impurity (Acceptor)	Shallow Acceptor Energy (meV)
GaAs	Si	5.8	C	26
	Ge	6.0	Be	28
	S	6.0	Mg	28
	Sn	6.0	Si	35
Si	Li	33	B	45
	Sb	39	Al	67
	P	45	Ga	72
	As	54	In	160
Ge	Li	9.3	B	10
	Sb	9.6	Al	10
	P	12.0	Ga	11
	As	13.0	In	11

Exemple de dopants et leurs énergies

Niveau « accepteur » dans la Bande Interdite.



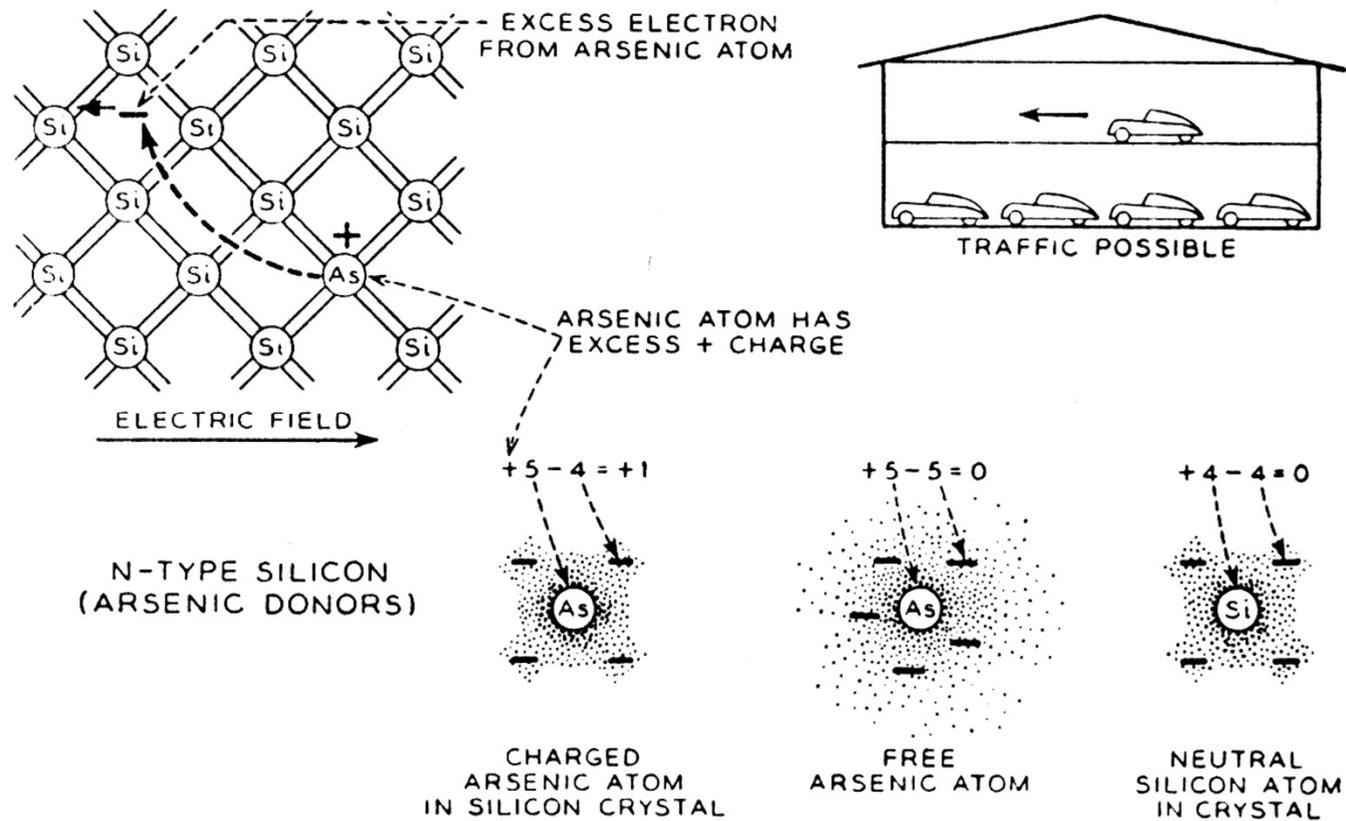
$$E_a - E_V = \frac{13,6}{\epsilon_{sc}^2} \frac{m_v^*}{m_0}$$

- Expérimentalement on trouve:

- B => 45 meV
- Al => 57 meV
- Ga => 65 meV
- In => 160 meV

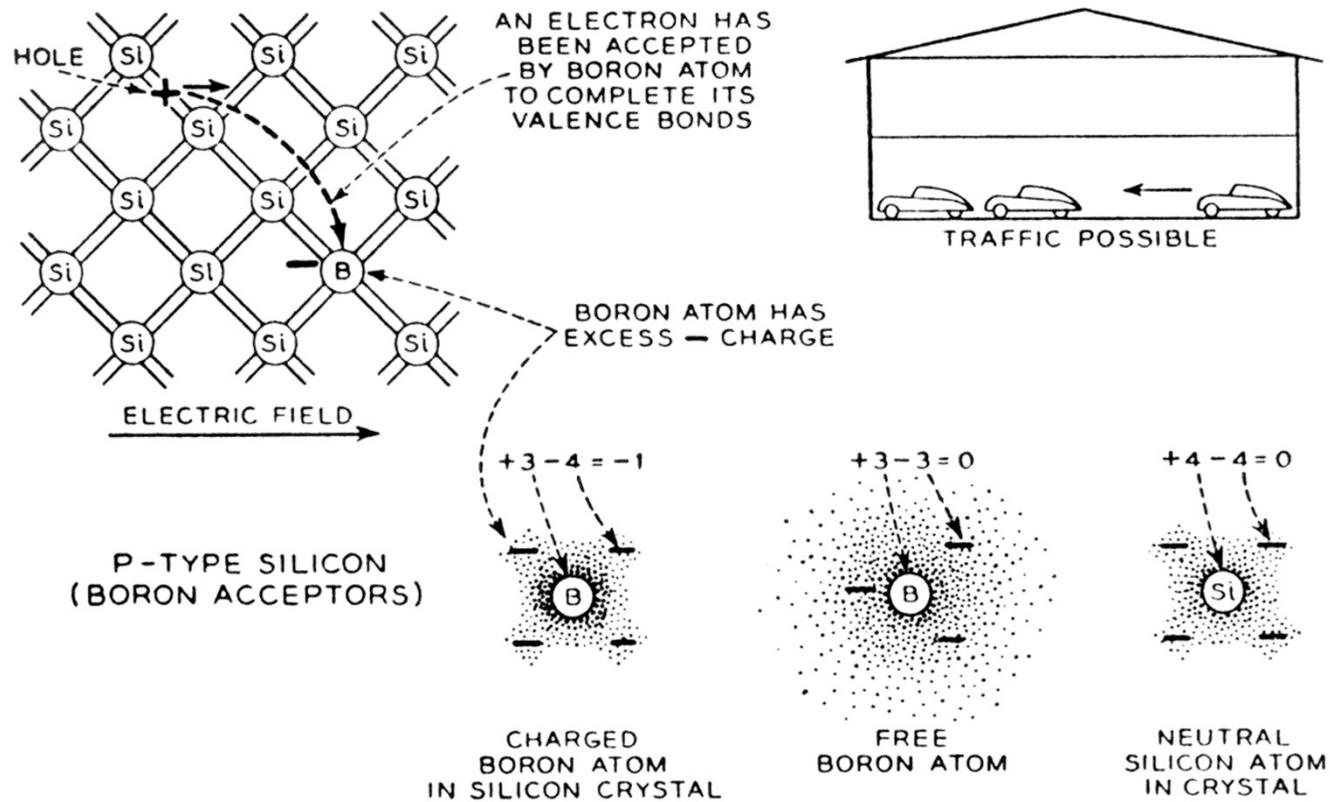
Dopage d'un SC: type *n*

Illustration d'après Shockley , « Electrons and Holes »



Dopage d'un SC: type p

Illustration d'après Shockley , Electrons and Holes



Statistique des donneurs et des accepteurs

- États donneurs:
 - Prob. d'occupation un peu différente:

$$f_D(E) = \frac{1}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$



- Le facteur $\frac{1}{2}$?
 - P : $3s^2 3p^3 \Leftrightarrow$ 2 électrons s et 2 électrons p participent à la liaison \Rightarrow 1 électron p sur le niveau E_d (le 5°!). Cet électron possède 1 spin particulier (up ou down).
 - Une fois cet électron « parti », la case (le niveau) vide peut capturer un spin up ou down \Leftrightarrow le mécanisme de capture est augmenté / à l'émission

$$f_D(E) > f(E)$$

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États donneurs:
 - Densité d'électrons sur E_D ?


$$n_D = N_D \times f_D(E_D) = \frac{N_D}{1 + \frac{1}{2} \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

- Soit encore:

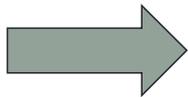
$$n_d = N_d - N_d^+$$

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États accepteurs:
 - On ne peut capturer que l'électron qui a le bon « spin » mais on peut libérer n'importe lequel \Leftrightarrow



$$f_A(E) = \frac{1}{1 + 2 \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$$



$f(E) = \frac{1}{1 + g \exp\left(\frac{E - E_F}{kT}\right)}$	g : facteur de dégénérescence
	1 : intrinsèque
	2 ou 4 : accepteur
	$\frac{1}{2}$: donneur

Statistique des donneurs et des accepteurs

- États accepteurs:
 - Densité d'électrons sur E_A ?



$$n_A = N_A \times f_A(E_A) = \frac{N_A}{1 + 4 \exp\left(\frac{E_A - E_F}{kT}\right)}$$

- Soit encore:

$$p_A = N_A - n_A = N_A - N_A^- = \frac{N_A}{1 + \frac{1}{4} \exp\left(\frac{E_F - E_A}{kT}\right)}$$

Ionisation complète et gel des porteurs

- Équation de neutralité:
 - Charges positives = charges négatives

$$e \left[p + N_D^+ \right] = e \left[n + N_A^- \right]$$

- Simplifions le problème: $N_A = 0$ (type n)

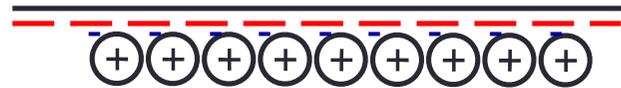


$$n - p = N_D^+$$

$$N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] - N_V \exp\left[\frac{-(E_F - E_v)}{kT}\right] = \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{kT}\right)}$$

la densité de porteurs en Fct de T?

- BT

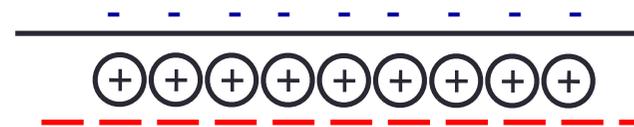


Freeze out (« gel des porteurs »)



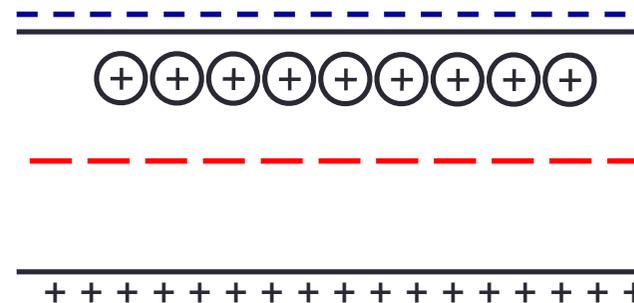
- T « intermédiaire »

Épuisement des donneurs

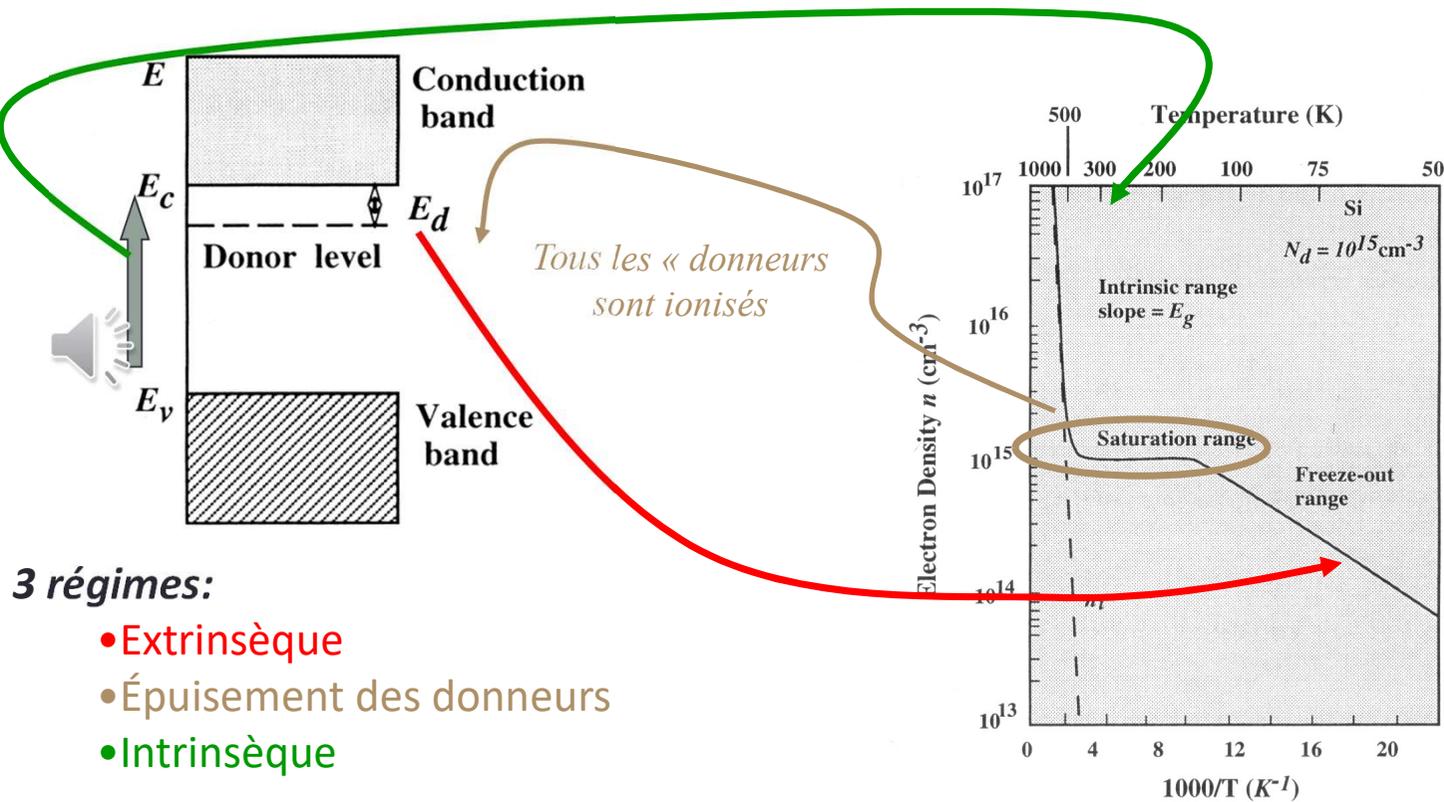


- « Haute » Température

intrinsèque

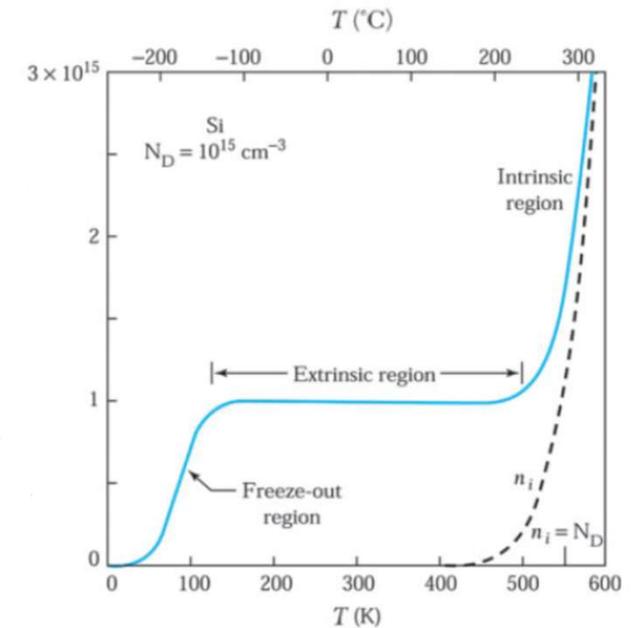


Variation de la conduction d'un semi-conducteur dopé en fonction de la température



3 régimes:

- Extrinsic
- Épuisement des donneurs
- Intrinsic



Niveau de Fermi $E_F(T)$

- « découpage » du pb en domaine de température:
 - TBT: on néglige la densité de trous ($p=ni^2/Nd$) , oui mais jusqu'à quelle température ?

$$n_i \ll N_D \quad \Leftrightarrow \quad kT \ll \frac{E_g}{2 \ln[(N_C N_V)^{1/2} / N_D]}$$

Ordre de grandeur : kT autour de $E_g/10$ (pour N_D de l'ordre de 10^{17} cm^{-3})

$$\longrightarrow \quad N_C \exp\left[\frac{-(E_c - E_F)}{kT}\right] - \frac{N_D}{1 + 2 \exp\left(\frac{E_D - E_F}{kT}\right)} = 0$$

Niveau de Fermi $E_F(T)$

$$\longrightarrow E_F = E_D + kT \ln \left\{ \frac{1}{4} \left[-1 + \left(1 + 8 \frac{N_d}{N_c} e^{(E_c - E_d)/kT} \right)^{1/2} \right] \right\}$$

- $kT \ll E_c - E_d$

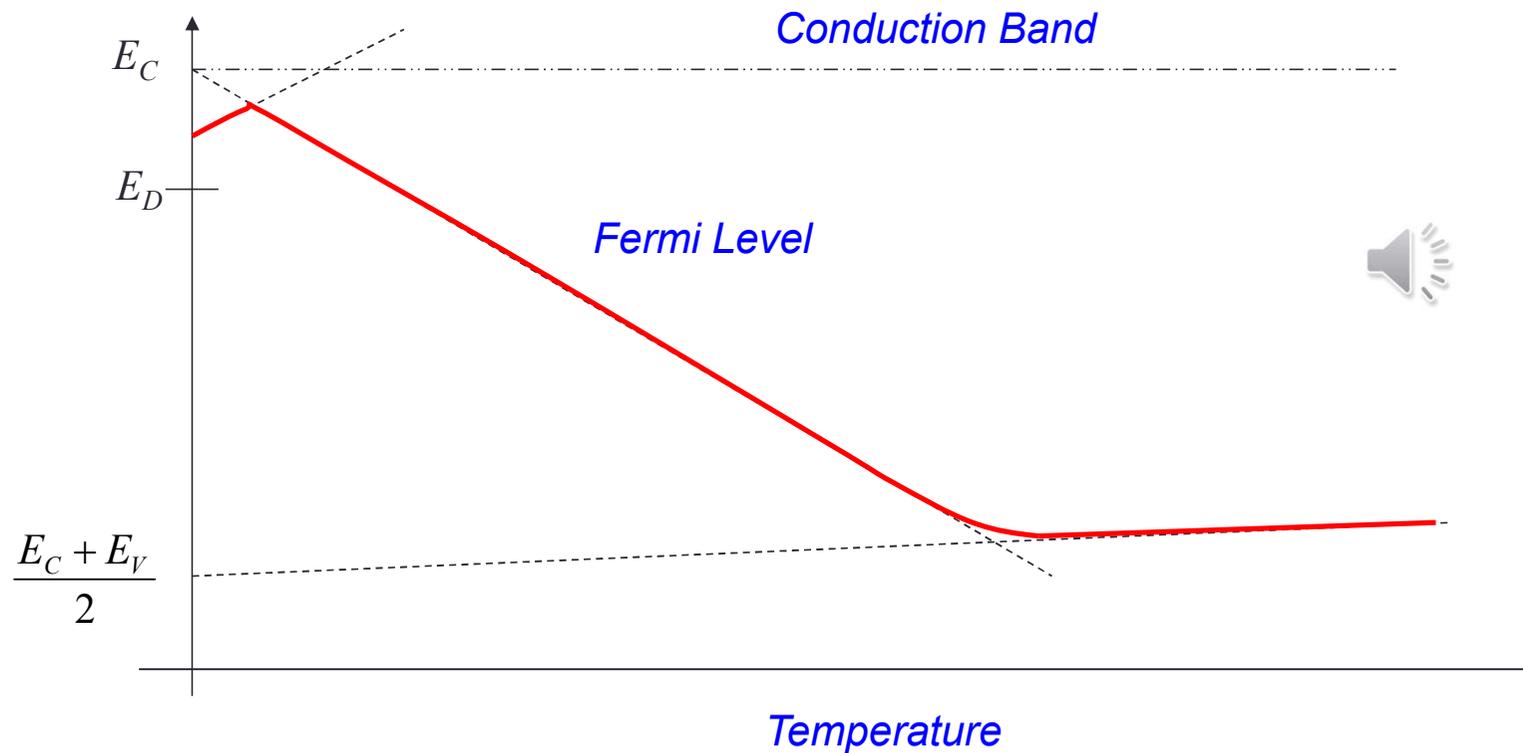


$$E_F = \frac{E_c + E_d}{2} + kT \ln \frac{2N_d}{N_c}, \quad E_F(T=0) = \frac{E_c + E_d}{2} = E_F^{\max} \Rightarrow N_c = 2N_d$$

- $E_c - E_d < kT < E_g$

$$\longrightarrow \text{(DL de la racine)} \quad E_F = E_c - kT \ln \frac{N_c}{N_d}$$

E_F fonction de la Température



Distribution à l'équilibre des porteurs

$$n_0 = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_f)}{kT}\right] = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_{fi}) - (E_f - E_{fi})}{kT}\right]$$

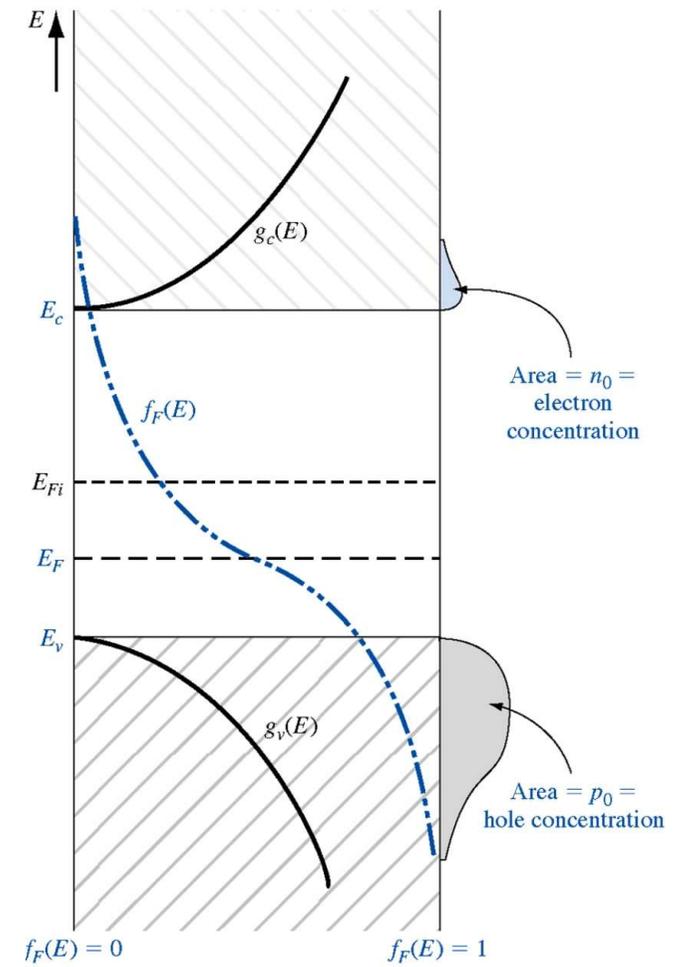
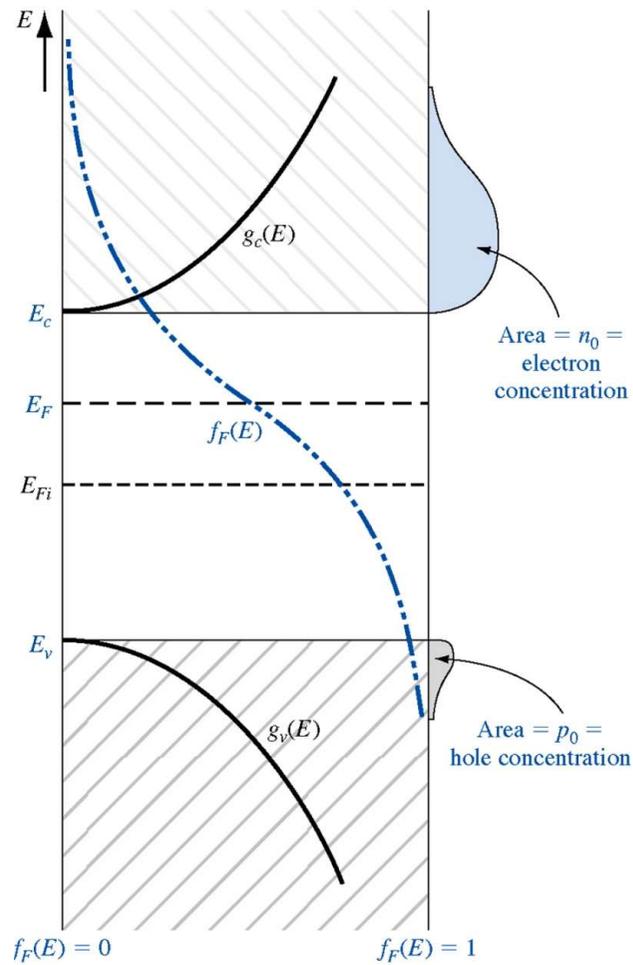
$$n_0 = N_c \exp\left[-\frac{(E_c - E_{fi})}{kT}\right] \exp\left[-\frac{(E_{fi} - E_f)}{kT}\right]$$



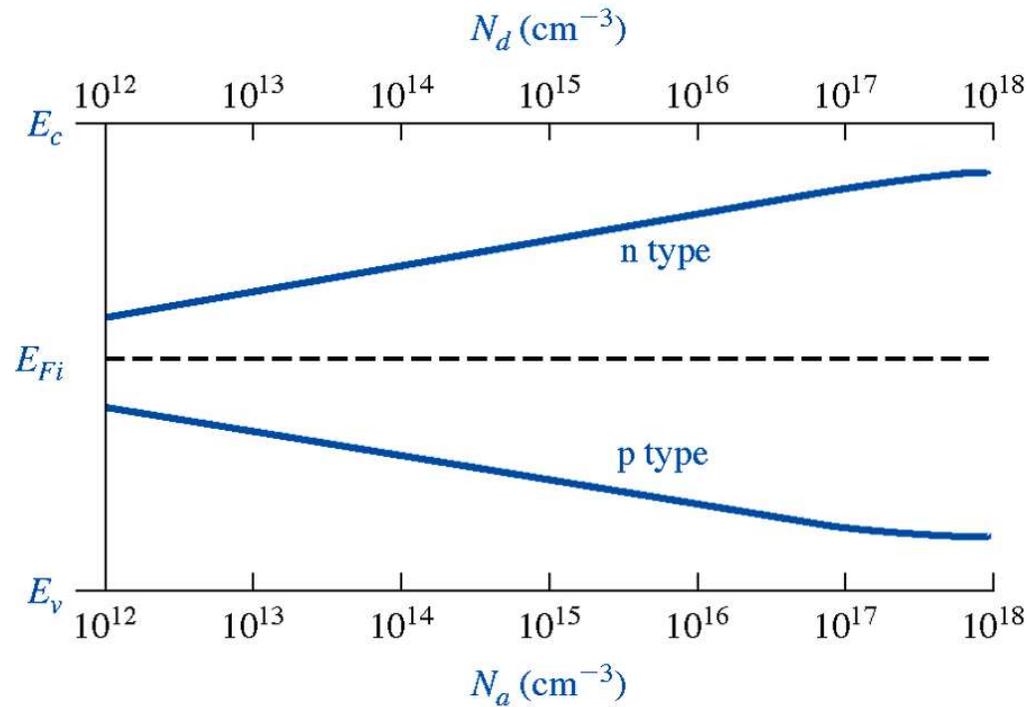
$$n_0 = n_i \exp\left[-\frac{(E_{fi} - E_f)}{kT}\right]$$

$$p_0 = n_i \exp\left[-\frac{(E_f - E_{fi})}{kT}\right]$$

Niveau de Fermi dans un SC extrinsèque

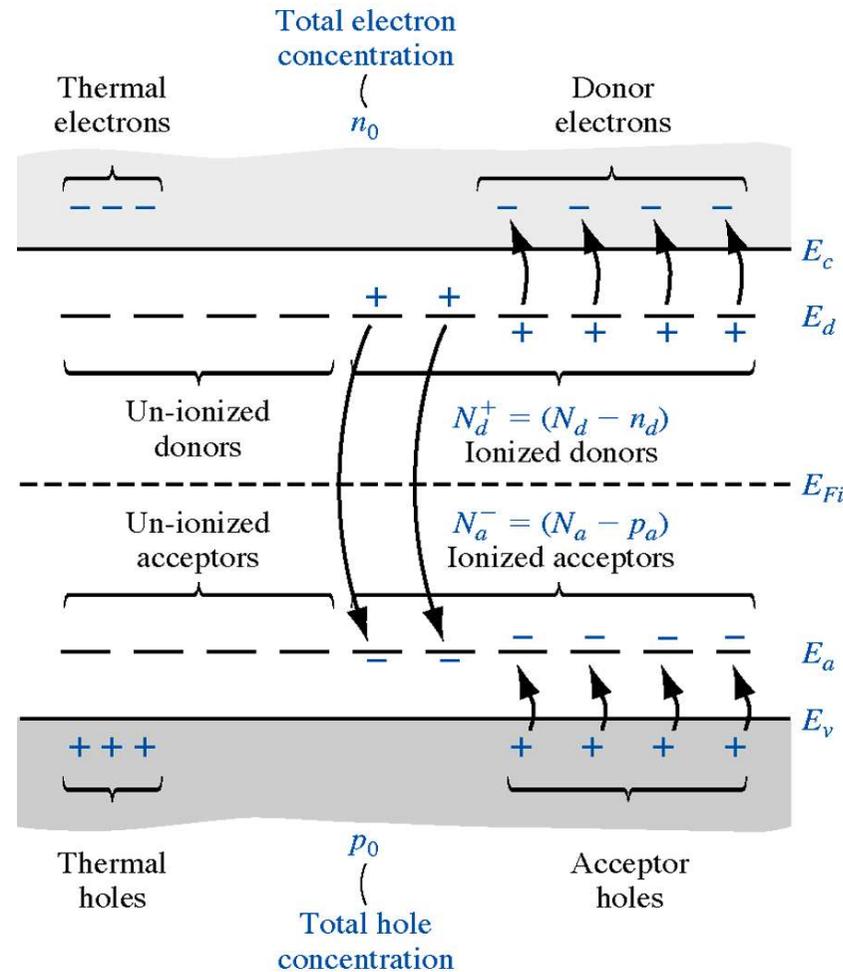


Niveau de Fermi dans un SC extrinsèque



Concentration de h^+ et d' e^- à l'équilibre

Si il existe des donneurs et des accepteurs, un peu plus compliqué!



Concentration de h^+ et d' e^- à l'équilibre

- *Neutralité électrique:*

$$n_0 + N_A^- = p_0 + N_D^+$$

- *Ionisation totale:*

$$n_0 + N_A = p_0 + N_D \quad \text{avec} \quad p_0 = \frac{n_i^2}{n_0}$$

- *Soit:*

$$n_0^2 - (N_D - N_A)n_0 - n_i^2 = 0$$

- *On obtient:*

$$n_0 = \frac{(N_D - N_A)}{2} + \sqrt{\frac{(N_D - N_A)^2}{4} + n_i^2}$$

Différence $E_f - E_{fi}$

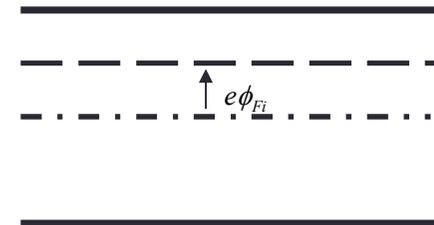
- Au lieu d'exprimer E_f en fonction de N_c et N_v , on peut écrire:



$$E_f - E_i = kT \ln \left(\frac{N_d}{n_i} \right) \quad \text{type n}$$

type p

$$E_i - E_f = kT \ln \left(\frac{N_a}{n_i} \right)$$



Différence $E_f - E_{fi}$

- On peut alors exprimer les densité d'électrons et de trous à *l'équilibre* par:

$$n = n_i e^{(E_F - E_{Fi})/kT} = n_i e^{e\phi_{Fi}/kT}$$

$$p = n_i e^{-(E_F - E_{Fi})/kT} = n_i e^{-e\phi_{Fi}/kT}$$

*Équations de
Boltzmann*

avec:

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} > 0$$

type n

$$e\phi_{Fi} = E_F - E_{Fi} < 0$$

type p

CHAPITRE 11



Le semiconducteur hors équilibre

Plan:

- Recombinaison et génération
- Courants dans les SC
- Équation de densité de courants
- Équations de continuité
- Longueur de Debye
- Équation de Poisson
- Temps de relaxation diélectrique



Phénomènes de Génération - Recombinaison

- Loi d'action de masse:

- À l'équilibre thermodynamique: $n_0 \times p_0 = n_i^2$
- Hors équilibre: apparition de phénomènes de Génération - Recombinaison pour permettre au SC de revenir à l'équilibre
 - génération (g) ou recombinaison (r) des porteurs libres (n et p) :
Unité $[g]=[r]=s^{-1}cm^{-3}$
- Taux net de recombinaison:



$$g' - r' = g + g_{th} - r' = g - r$$

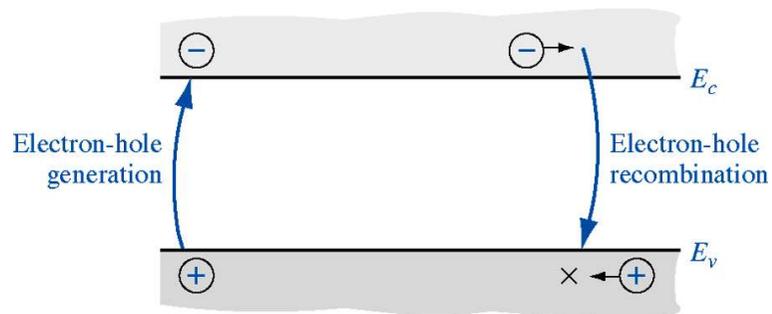
externe

interne

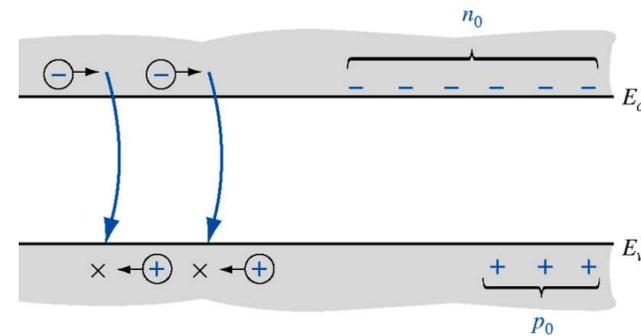
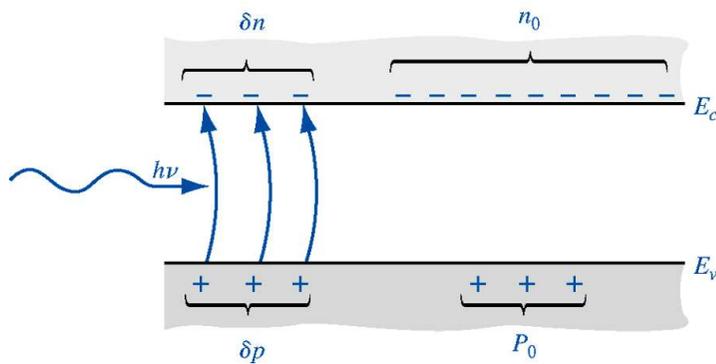
avec

$$r = r' - g_{th}$$

Phénomènes de Génération - Recombinaison



À l'équilibre le taux de génération g est égal au taux de recombinaison r



Recombinaison: 2 « chemins » possibles (1)

- **Recombinaison directe électron-trou**
 - Processus fonction du nombre d'électron et de trous

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau_p} \quad r_n = \frac{\Delta n}{\tau_n}$$

- Exemple: **type n** + excitation lumineuse en faible injection (ie $\Delta n = \Delta p \ll n_0$) 

$$p = p_0 + \Delta p \quad n = n_0 + \Delta n \approx n_0$$

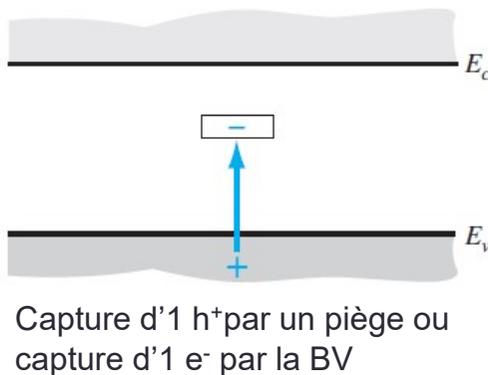
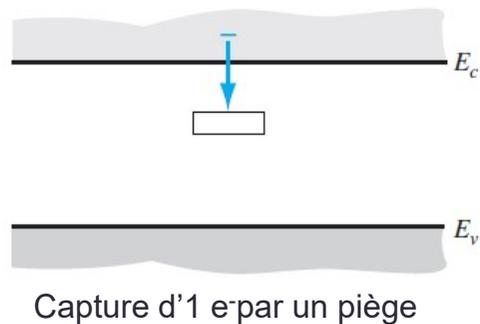
$$n_0 = 10^{17} \text{ cm}^{-3}, p_0 = n_i^2 / n_0 = 10^3 \text{ cm}^{-3}$$

supposons $\Delta n = \Delta p = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ (excitation soleil)

$$\Rightarrow n \approx n_0 \quad \text{et} \quad p \approx \Delta p$$

- **En régime de faible injection le nombre de porteurs majoritaires n'est pas affecté.**

Recombinaison: 2 « chemins » possibles (2)

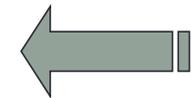


- **Recombinaison par centres de recombinaison:**
 - En général ces centres se trouvent en milieu de bande interdite



- Le taux de recombinaison s'écrit:

$$r = \frac{1}{\tau_m} \frac{np - n_i^2}{2n_i + p + n}$$



Équation de Shockley-Read

où τ_m est caractéristique du centre recombinant

- **Si les 2 processus s'appliquent:**

$$\frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_{n(p)}}$$

Recombinaison: 2 « chemins » possibles (3)

- Si semi-conducteur peu dopé: on applique SR
- Si semi-conducteur dopé n:

$$r_p = \frac{\Delta p}{\tau} \quad \text{Avec} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_m} + \frac{1}{\tau_p}$$

- Si région « vide » de porteurs libres (ex: ZCE)

$$r = \frac{1}{\tau_m} \frac{\cancel{np} - n_i^2}{2n_i + \cancel{p} + \cancel{n}}$$

$$r = -\frac{n_i}{2\tau_m} < 0$$

Taux net de génération.
Création de porteurs

Excitation lumineuse

Type P

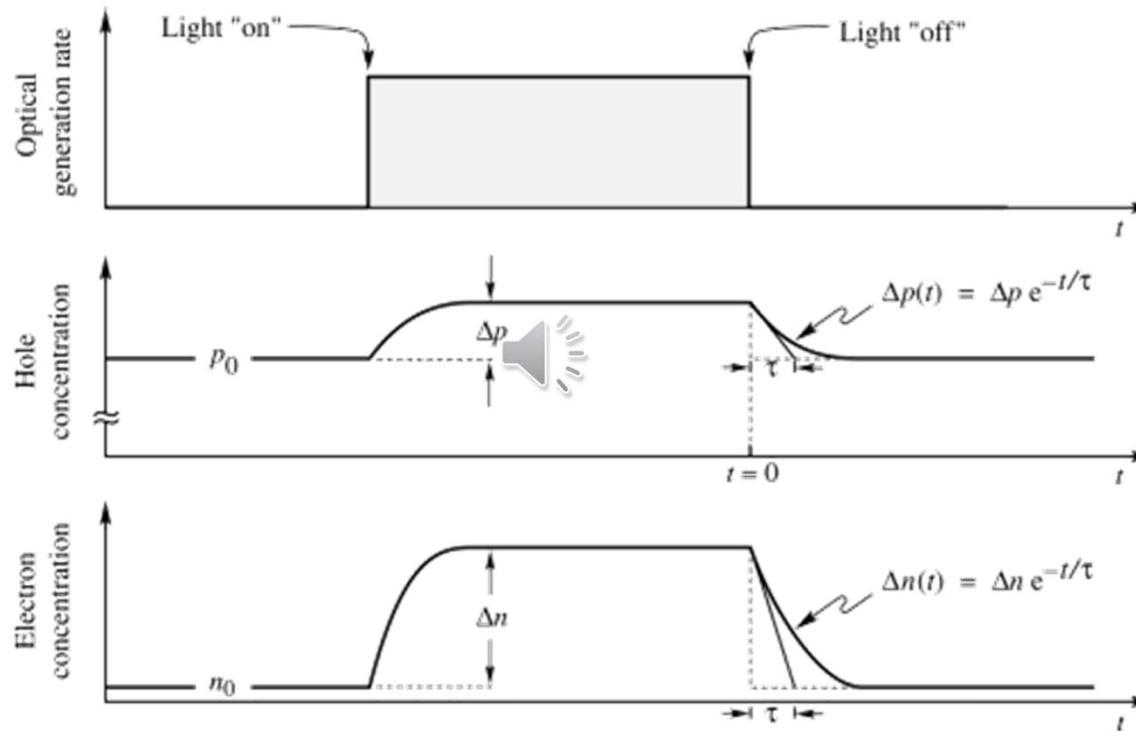


Fig. 1.2. Carrier concentration as a function of time before, during, and after an optical excitation pulse. The semiconductor is assumed to be p-type and thus it is $p_0 \gg n_0$. Electrons and holes are generated in pairs, thus $\Delta p = \Delta n$. Under low-level excitation shown here, it is $\Delta n \ll p_0$. In most practical cases the equilibrium minority carrier concentration is extremely small so that $n_0 \ll \Delta n$.

Recombinaison radiative et non radiative

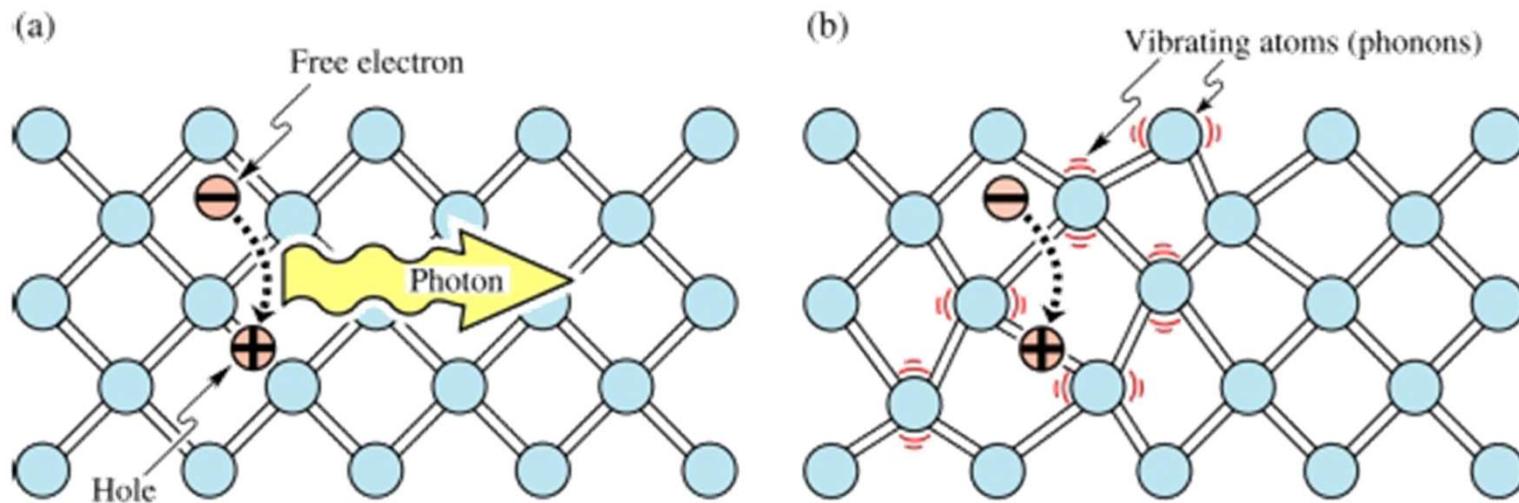


Fig. 1.5. (a) Radiative recombination of an electron-hole pair accompanied by the emission of a photon with energy $h\nu \approx E_g$. (b) In non-radiative recombination events, the energy released during the electron-hole recombination is converted to phonons (adopted from Shockley, 1950).

Recombinaisons de surface

Nonradiative recombination at surfaces

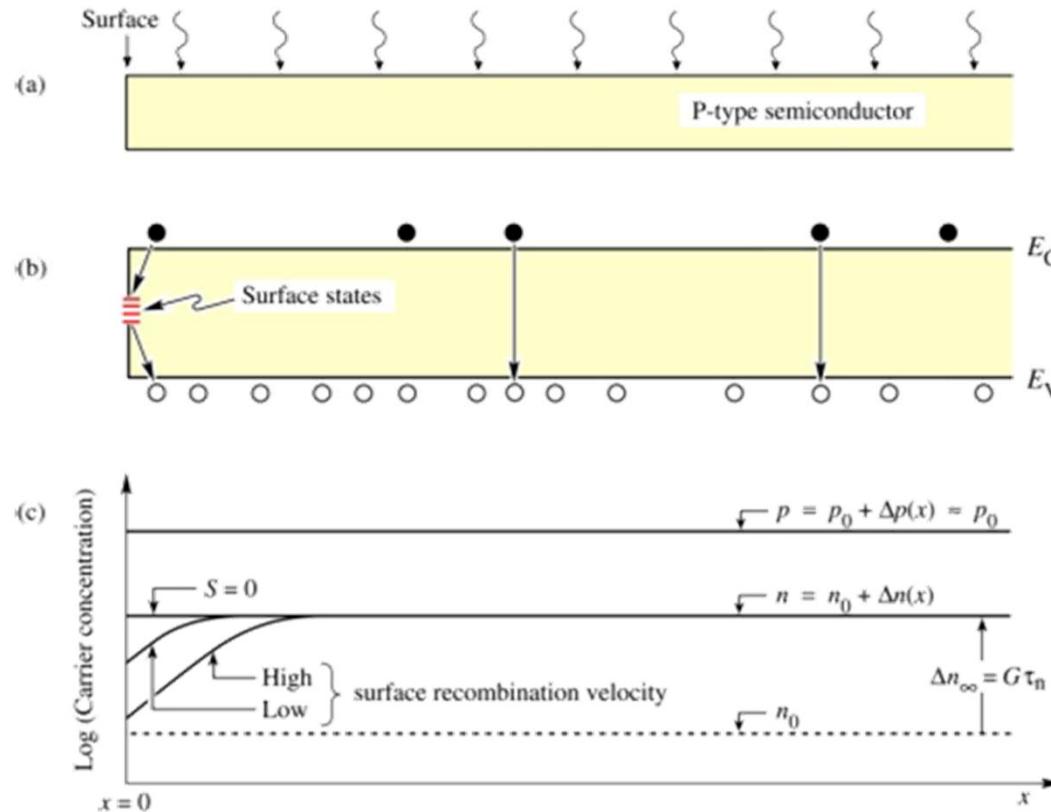


Fig. 1.9. (a) Illuminated p-type semiconductor, (b) band diagram, and (c) minority and majority carrier concentration near the surface assuming uniform carrier generation due to illumination. The excess carrier concentrations are Δn and Δp .

Courants dans les SC

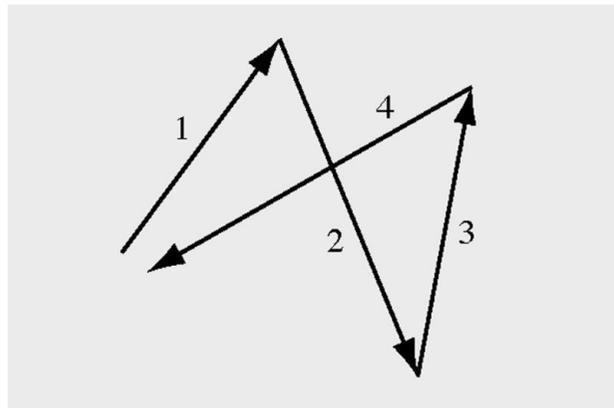
- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Si $E=0$, vitesse des électrons=vitesse thermique (10^7 cm/s) mais \Rightarrow vitesse **moyenne** nulle car chocs (« scattering ») avec le réseau + impuretés.
 - Libre parcours moyen (« mean free path »):



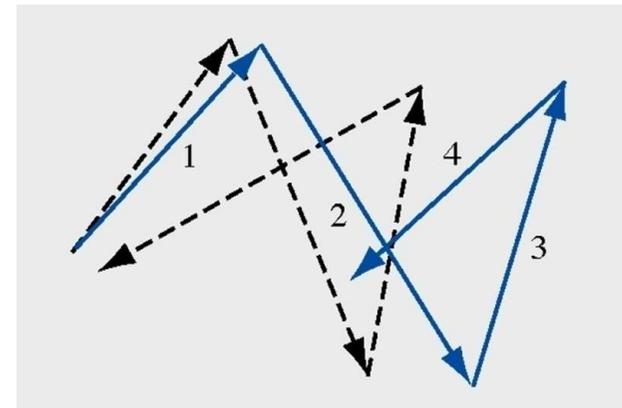
$$l = v_{th} \cdot \tau \approx 100 \text{ \AA}$$

$$\tau \approx 0.1 \text{ ps}$$

Vitesse de dérive (« drift velocity »)



(a)



→
E field

(b)

Courants dans les SC

- Courant de conduction: présence de champ électrique
 - Entre deux chocs, les électrons sont accélérés uniformément suivant

- Accélération:

$$\gamma = -qE / m^*$$



- Vitesse:

$$v = -qE\tau / m^* = \pm\mu E$$

- Mobilité:

$$\mu = \left| q\tau / m^* \right|$$

Si : 1500 cm²/Vs

GaAs: 8500 cm²/Vs

In_{0.53}Ga_{0.47}As: 11000 cm²/Vs

Courants dans les SC

- La densité de courant de conduction s'écrit:



- Pour les électrons: $\vec{J}_{cn} = -ne\vec{v}_n = ne\mu_n\vec{E}$

- Pour les trous: $\vec{J}_{cp} = +pe\vec{v}_p = pe\mu_p\vec{E}$

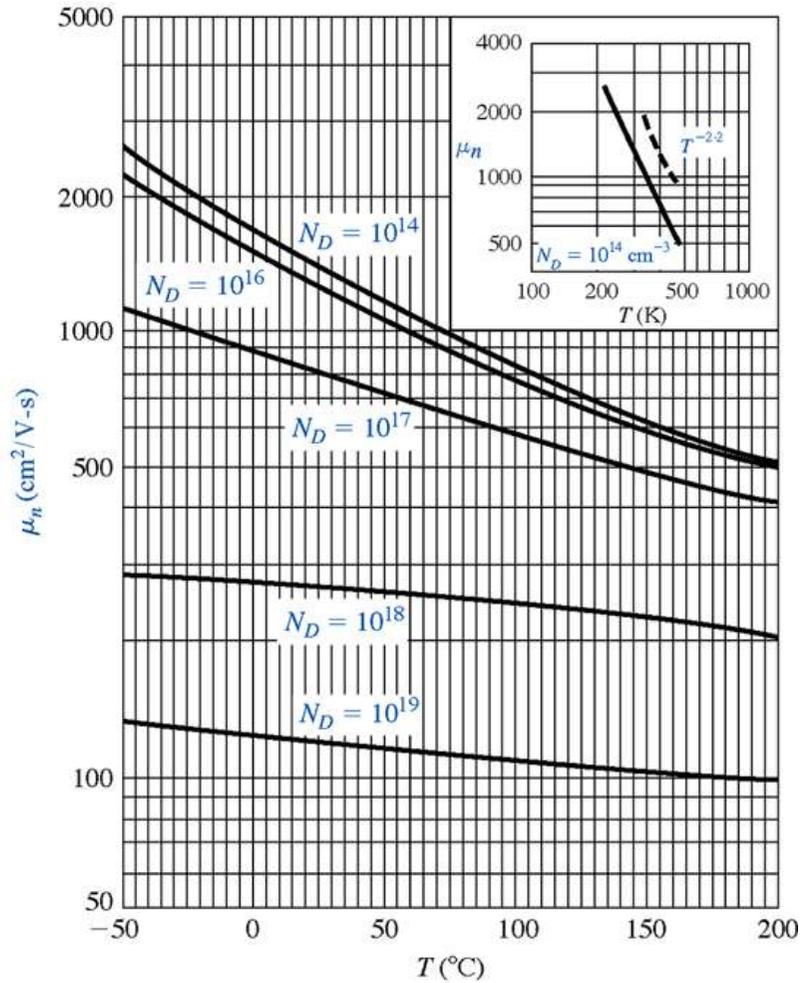
- Pour l'ensemble: $\vec{J}_{ctotal} = \vec{J}_n + \vec{J}_p = (ne\mu_n + pe\mu_p)\vec{E} = \sigma\vec{E}$

Courants dans les SC

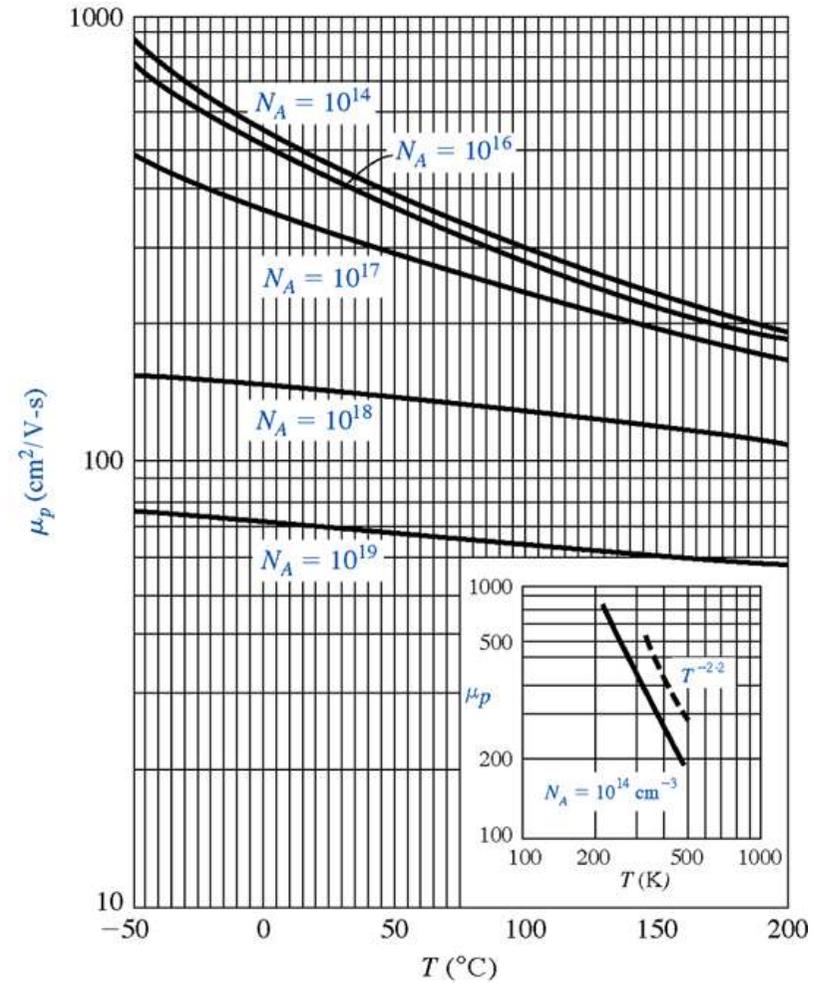
- Importance de la mobilité sur les composants
 - Mobilité la plus élevée possible
 - => vitesse plus grande pour un même E
 - Facteurs limitants:
 - Dopage
 - Défauts (cristallins, structuraux, ...)
 - Température
 - Champ électrique de saturation + géométrie



Variation mobilité en fonction de la température



(a)

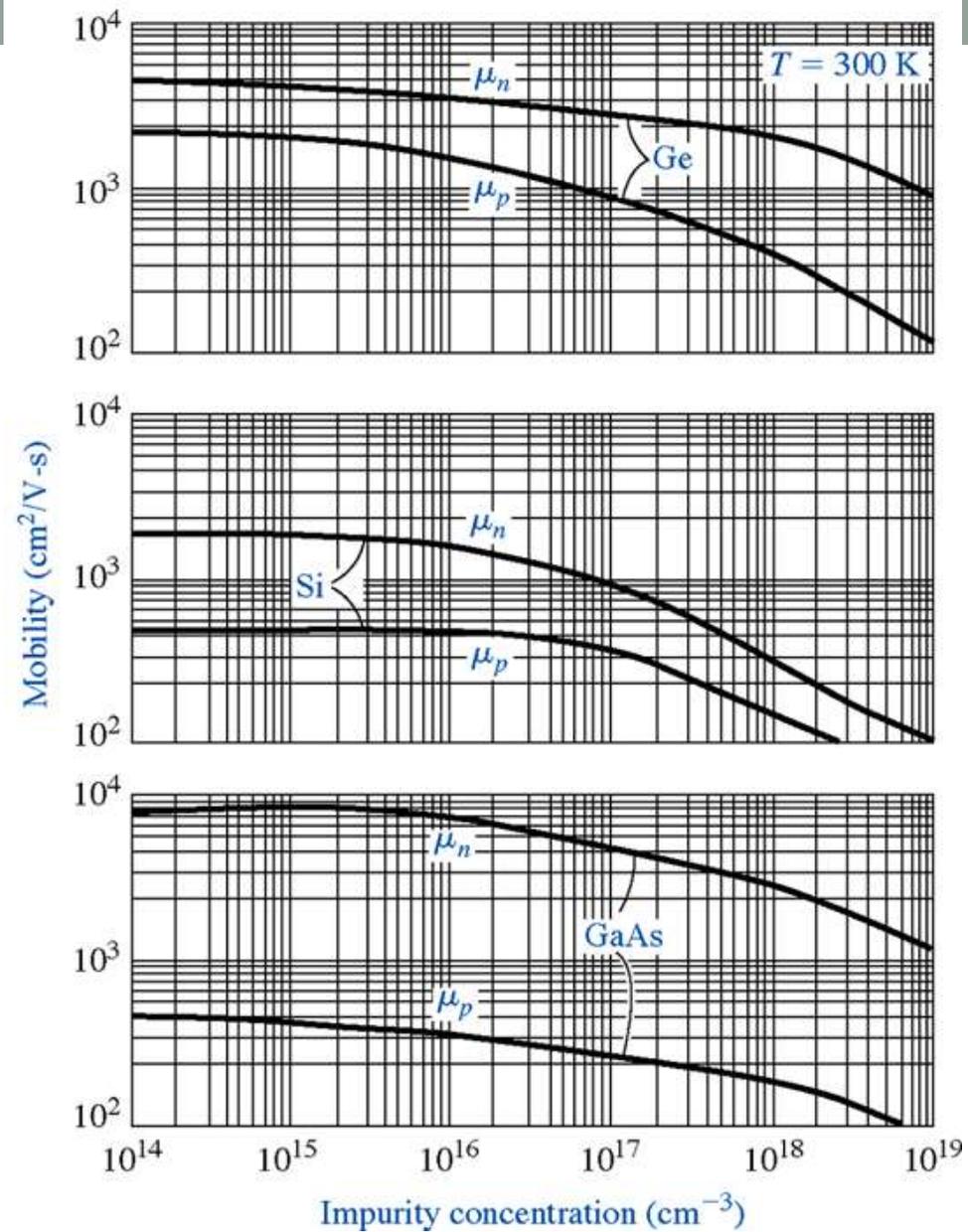


(b)





Variation de la mobilité
en fonction de la
concentration en dopants



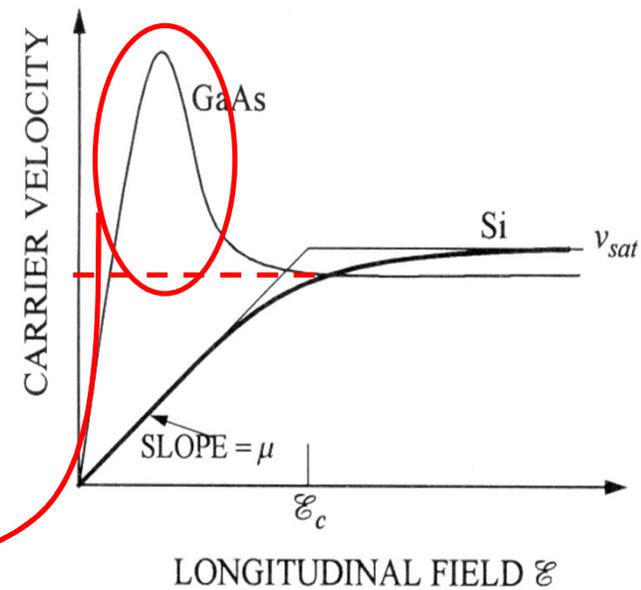
Courants dans les SC

- Vitesse de saturation des électrons
 - La relation linéaire vitesse – champ valide uniquement pour:
 - Champ électrique pas trop élevé
 - Porteurs en équilibre thermique avec le réseau
 - Sinon:
 - Au-delà d'un champ critique, saturation de la vitesse
 - Apparition d'un autre phénomène: « velocity overshoot » pour des semiconducteurs multivallée.
 - Régime balistique: pour des dispositifs de dimensions inférieures au libre parcours moyen ($0.01\mu\text{m}$)

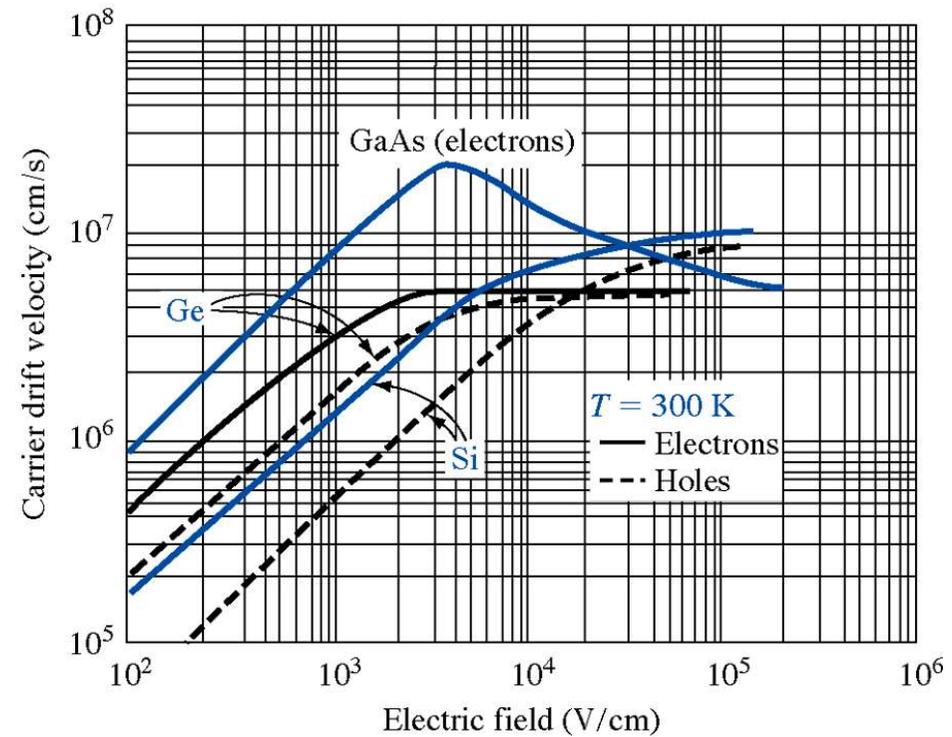
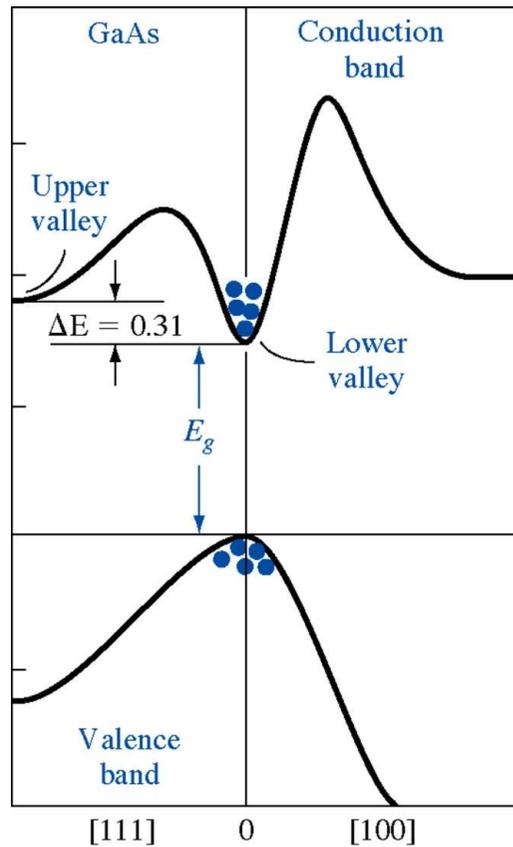
Vitesse de saturation

Différents
comportement en
fonction du SC

Survitesse
(« *overshoot* »)



Survitesse dans le cas de SC multi vallées



Courants dans les SC

- Courant de diffusion:
 - Origine: gradient de concentration



- Diffusion depuis la région de forte concentration vers la région de moindre concentration .
- 1° loi de Fick:

$$n_D^x = -D_n \frac{dn}{dx}$$

$$p_D^x = -D_p \frac{dp}{dx}$$

nb d'e⁻ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

nb de h⁺ qui diffusent par unité de temps et de volume (flux)

Courants dans les SC

- Courant de diffusion: somme des deux contributions (électrons et trous):



$$J_{diff} = e(-n_D^x + p_D^x) = eD_n \frac{dn}{dx} - eD_p \frac{dp}{dx}$$

- Constante ou coefficient de diffusion

$$[D_{n,p}] = cm^2 / s$$

Courants dans les SC

- Courant total: somme des deux contributions (si elles existent) de conduction et diffusion:

$$J_T = J_{cond} + J_{diff} = J_n + J_p$$

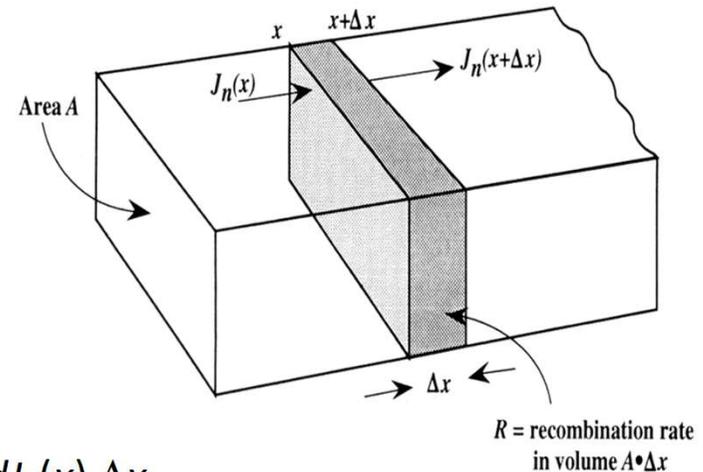
$$J_T = (ne\mu_n + pe\mu_p)E + e\left(D_n \frac{dn}{dx} - D_p \frac{dp}{dx}\right)$$

- D et μ expriment la faculté des porteurs à se déplacer. Il existe une relation entre eux: *relation d'Einstein*:

$$\frac{D}{\mu} = \frac{kT}{e}$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- G et R altèrent la distribution des porteurs donc du courant



$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} = A \left[\frac{J_n(x+\Delta x)}{e} - \frac{J_n(x)}{e} \right] - R + G$$

↓ (si Δx est petit)

$$A\Delta x \frac{dn(x,t)}{dt} \cong A \left[\frac{J_n(x)}{e} + \frac{1}{e} \frac{dJ_n(x)}{dx} \Delta x - \frac{J_n(x)}{e} \right] \cong A \frac{dJ_n(x)}{dx} \frac{\Delta x}{e} - R + G$$

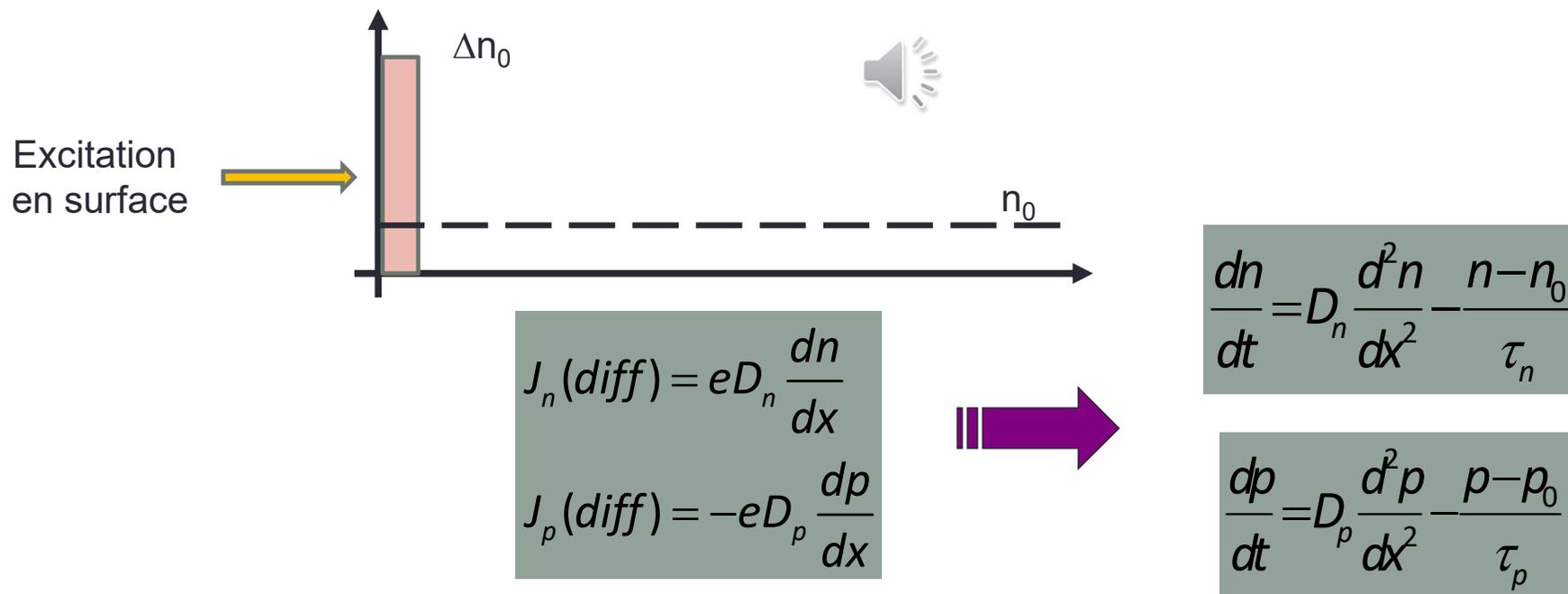
- On obtient alors les **équations de continuité** pour les électrons et les trous:

$$\frac{dn(x,t)}{dt} = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} - r_n + g_n$$

$$\frac{dp(x,t)}{dt} = -\frac{1}{e} \frac{dJ_p}{dx} - r_p + g_p$$

Équations de continuité – longueur de diffusion

- *Exemple:* cas où le courant est *exclusivement du à de la diffusion:*



Équations de continuité – longueur de diffusion

- En régime stationnaire, les dérivées par rapport au temps s'annulent:

$$\frac{d^2(n - n_0)}{dx^2} = \frac{n - n_0}{D_n \tau_n} = \frac{n - n_0}{L_n^2}$$

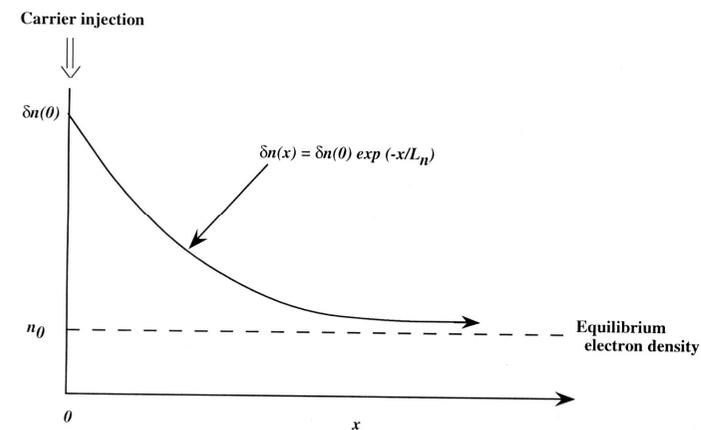
$$\frac{d^2(p - p_0)}{dx^2} = \frac{p - p_0}{D_p \tau_p} = \frac{p - p_0}{L_p^2}$$

$$L_n = \sqrt{D_n \tau_n}$$

$$L_p = \sqrt{D_p \tau_p}$$

- Solutions:

$$\Delta n(x) = (n(x) - n_0) = \Delta n(0) e^{-x/L_n}$$



- **Longueur de diffusion:** représente la distance moyenne parcourue avant que l'électron ne se recombine avec un trou (qq microns voire qq mm)
- L_n ou $L_p \gg$ aux dispos VLSI
- *r et g jouent un petit rôle sauf dans qq cas précis (Taur et al)*

Équation de Poisson

- Elle est dérivée de la première équation de Maxwell. Elle relie le potentiel électrique et la densité de charge:



$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{dE}{dx} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$

- Dans les SC, deux types de charges (fixes et mobiles):

$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[\underbrace{p(x) - n(x)}_{\text{Charge mobiles}} + \underbrace{N_D^+(x) - N_A^-(x)}_{\text{Charges fixes}} \right]$$

*Charge mobiles
(électrons et trous)*

*Charges fixes
(dopants ionisés)*

Longueur de Debye

- Si on écrit l'équation de Poisson dans un type n en exprimant n en fonction de ϕ_{Fi} :

$$\frac{d^2\Phi_{Fi}}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[N_d(x) - n_i e^{e\Phi_{Fi}/kT} \right]$$

- Si $N_d(x) \Rightarrow N_d + \Delta N_d(x)$, alors Φ_{Fi} est modifié de $\Delta\Phi_{Fi}$

en remarquant que: $V(x) = \Phi_{Fi} + cte$

$$\frac{d^2\Delta\phi_{Fi}}{dx^2} - \frac{e^2 N_d}{\epsilon_{sc} kT} \Delta\phi_{Fi} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \Delta N_d(x)$$

Longueur de Debye

- Signification physique?
 - Solution de l'équation différentielle du 2° degré:

$$\Delta\phi_{Fi} = A \exp\left(-\frac{x}{L_D}\right) \quad \text{avec} \quad L_D = \sqrt{\frac{\varepsilon_{sc} kT}{e^2 N_D}}$$

- La « réponse » des bandes n'est pas *abrupte* mais « prend » quelques L_D (si $N_d=10^{16} \text{ cm}^{-3}$, $L_D=0.04\mu\text{m}$). Dans cette région, *présence d'un champ électrique* (neutralité électrique non réalisée)

Temps de relaxation diélectrique

- Comment évolue dans le temps la densité de *porteurs majoritaires* ?
 - Équation de continuité (R et G négligés):

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1}{e} \frac{\partial J_n}{\partial x} \quad \text{or} \quad J_n = \sigma E = E / \rho_n \quad \text{et} \quad \frac{\partial E}{\partial x} = -en / \epsilon_{sc}$$

d'où

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{n}{\rho_n \epsilon_{sc}} \quad \text{Solution:} \quad n(t) \propto \exp(-t / \rho_n \epsilon_{sc})$$

$$\tau = \rho_n \epsilon_{sc}$$

Temps de relaxation diélectrique (10^{-12} s)

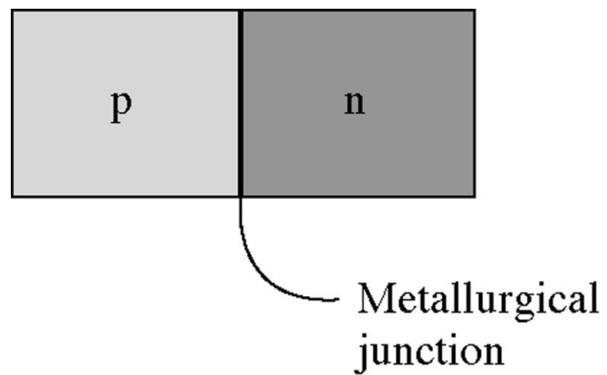
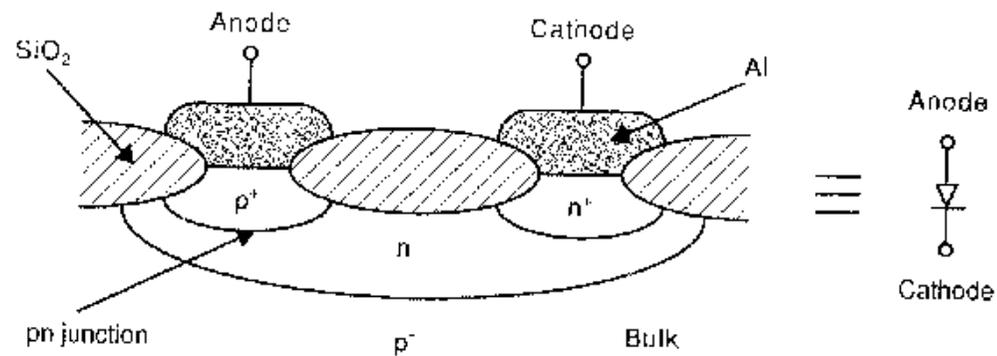
CHAP 12

Homo-jonction à semi-conducteur

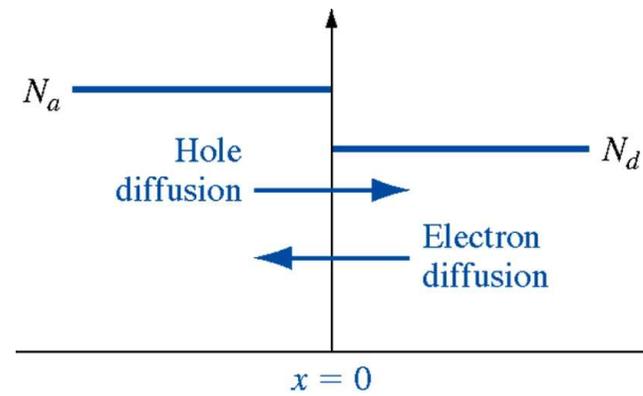
Homojonction PN

- Composant à réponse non linéaire
- Dispositifs redresseur ou « rectifier devices »
- 2 types pour arriver au « même » résultat:
 - Jonction PN (notre propos)
 - Jonction à contact Schottky (chapitre suivant)

Mécanisme de formation de la jonction PN



(a)



(b)

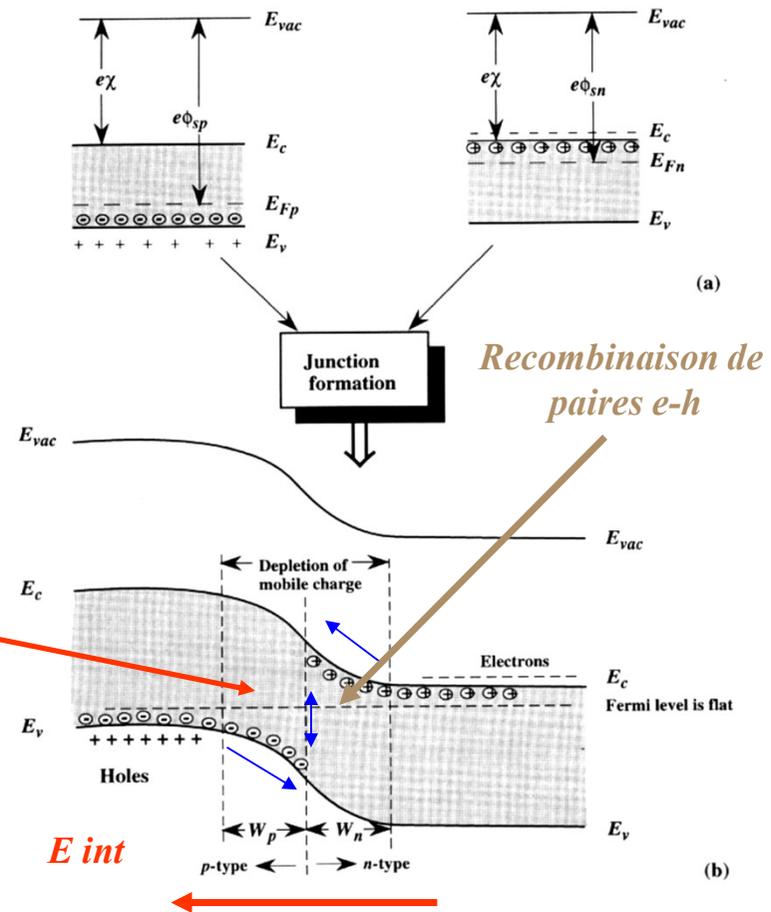
Mécanisme de formation de la jonction PN

• *Processus de mise à l'équilibre*

1° phase : processus de diffusion

2° phase : Apparition d'un E interne: équilibre la diffusion

Niveau de Fermi aligné: équilibre thermodynamique



• *Tension de diffusion V_D ou « built in potential V_{bi} »*

- Définition : différence de potentiel entre la région N et la région P

$$V_D = V_{bi} = V_N - V_P$$

Equation du courant de trous: $J_p(x) = e \left[\mu_p p(x) E(x) - D_p \frac{dp(x)}{dx} \right] = 0$

Soit encore



ou

$$\frac{-e}{kT} \frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

En intégrant de la région P à la région N:

$$V_D = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{p_p}{p_n}\right)$$

Soit finalement:

$$V_D = V_{bi} = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$$

• *Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (1)*

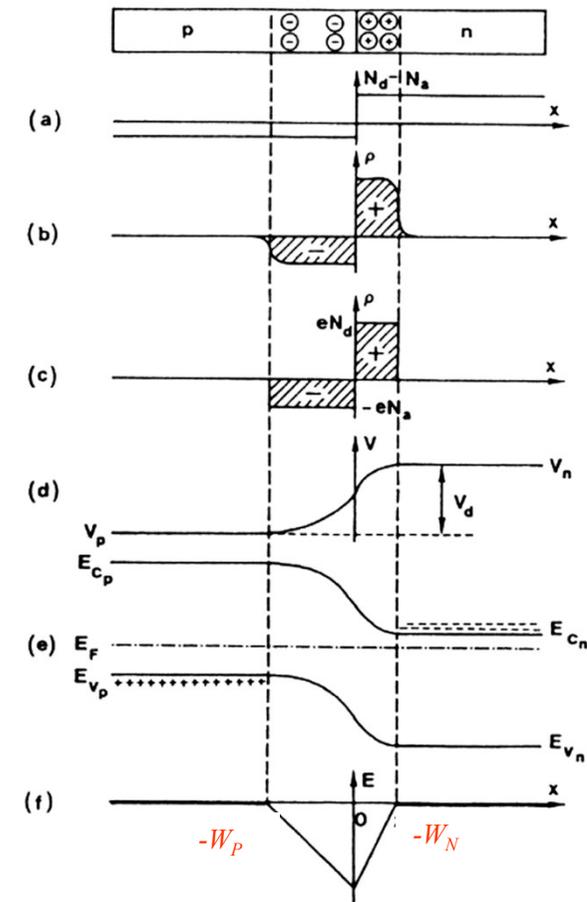
• *Equation de Poisson:*

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$

■ *Dans la région N et P:*

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} N_D \quad 0 < x < W_N$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = +\frac{e}{\epsilon_{sc}} N_A \quad -W_P < x < 0$$



• Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (2)

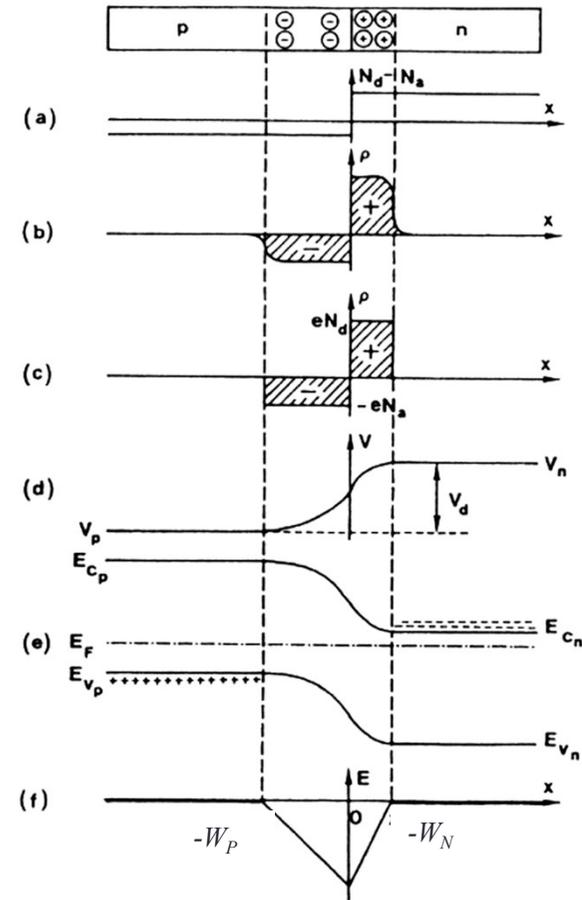
■ Champ électrique E(x)

$$E_n(x) = +\frac{eN_D}{\epsilon_{sc}}(x - W_N) \quad E_p(x) = -\frac{eN_A}{\epsilon_{sc}}(x + W_P)$$

■ Continuité du champ en x=0:

$$N_D W_N = N_A W_P$$

$$E_M = -\frac{eN_D W_N}{\epsilon_{sc}} = -\frac{eN_A W_P}{\epsilon_{sc}}$$



• Champ, potentiel et largeur de zone d'espace (3)

■ Potentiel électrique $E(x)$

$$V_n(x) = -\frac{eN_D}{2\epsilon_{sc}}(x - W_N)^2 + V_n$$

$$V_p(x) = \frac{eN_A}{2\epsilon_{sc}}(x + W_P)^2 + V_p$$

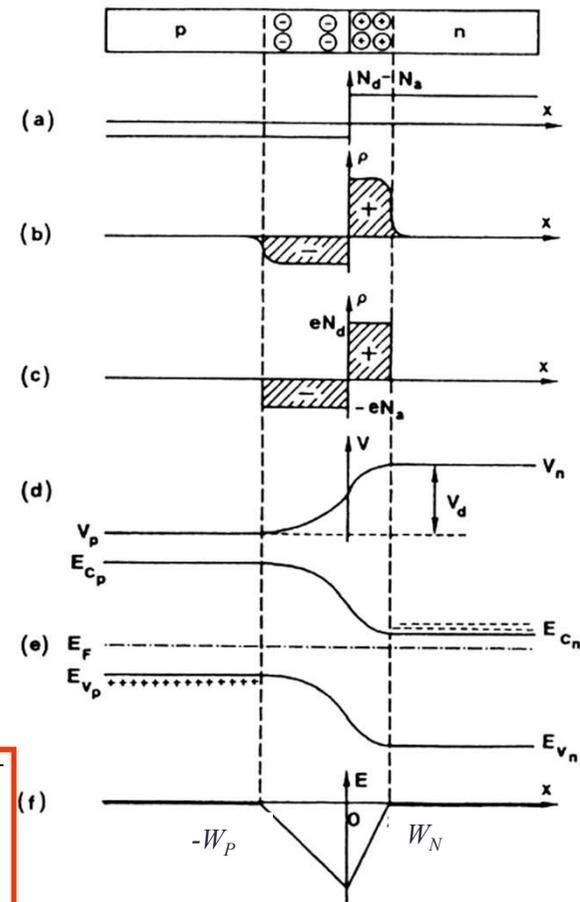
■ Zone de charge d'espace (ZCE)

$$V_n(0) = V_p(0) \Rightarrow -\frac{eN_D W_n^2}{2\epsilon_{sc}} + V_n = \frac{eN_A W_p^2}{2\epsilon_{sc}} + V_p$$

$$W_p(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc}}{e} \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} V_{bi}}$$

$$W_n(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc}}{e} \frac{N_A}{N_D(N_A + N_D)} V_{bi}}$$

$$W(V_{bi}) = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc}}{e} \frac{N_D + N_A}{N_A N_D} V_{bi}}$$



Attention: tout ce que l'on vient de voir était pour $V=0$. Lorsque la diode est polarisée par une tension V sur P , V_{bi} doit être remplacée par $V_{bi} - V$

Jonction PN sous polarisation

- Cette polarisation va rompre l'équilibre entre les forces de diffusion et de conduction: => apparition d'un courant ?
 - Hypothèses simplificatrices:
 - ZCE vide de porteurs
 - Faible injection
 - Approximation de Boltzmann
 - Toute la tension V_A appliquée sur la jonction
 - Pas de phénomènes de Génération - Recombinaison

Jonction PN sous polarisation

À l'équilibre, courant nul \Leftrightarrow deux composantes (diff et cond) s'opposent. Pris à part, l'ordre de grandeur de ces composantes 10^4 A/cm^2 (soit 1A pour diode typique) or en faible injection I est de l'ordre de qq mA à qq 10 mA

• **Approximation de Boltzmann:** L'approximation de Boltzmann consiste à dire que la résultante des courants étant *faible devant les composantes de ce courant*, on considère que l'on est encore en quasi-équilibre et donc que l'équation du courant est encore valide en remplaçant V_d par $V_d - V_a$:

$$\frac{-e}{kT} \frac{dV(x)}{dx} = \frac{1}{p(x)} \frac{dp(x)}{dx}$$

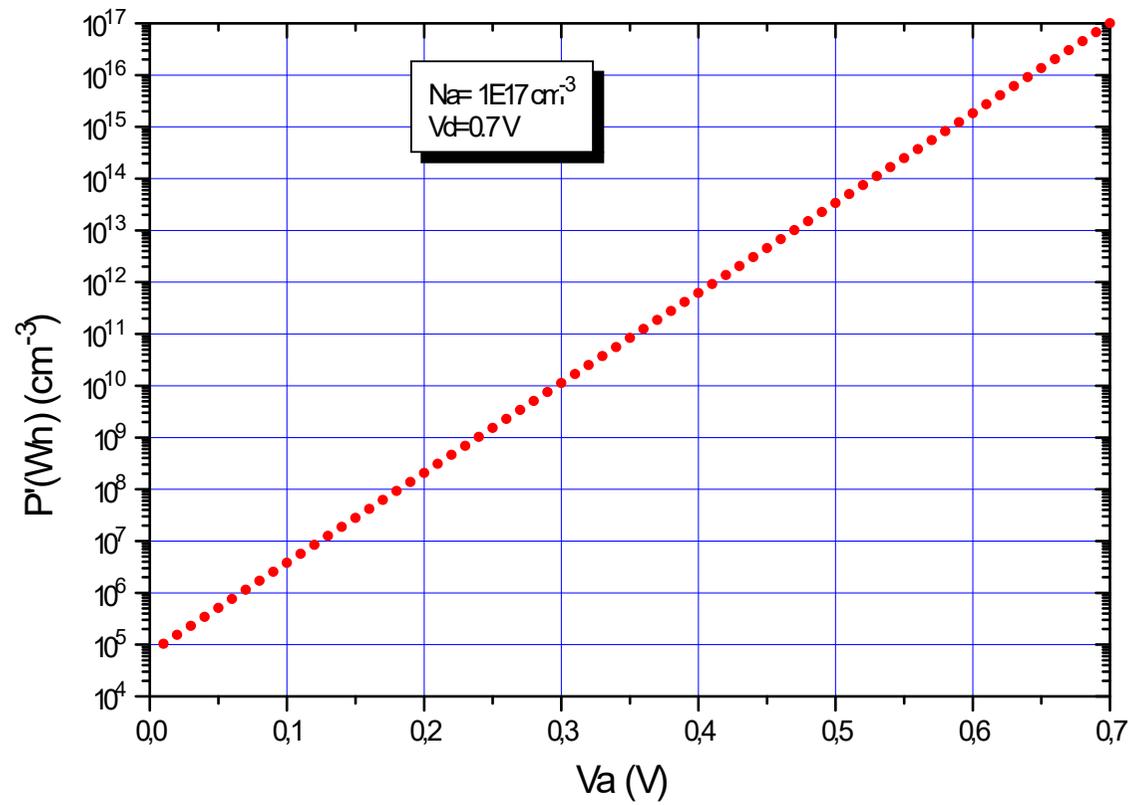
Densité de porteurs injectés à la frontière de la ZCE

- Si $V_a=0$ $\frac{p(W_N)}{p_p} = \frac{p_n}{p_p} = \exp\left(-\frac{eV_{bi}}{kT}\right)$
- Si $V_a \neq 0$ $\frac{p'(W_N)}{p_p} = \frac{p'_n}{p_p} = \exp\left(-\frac{e(V_{bi} - V_A)}{kT}\right) = \frac{p_n}{p_p} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$

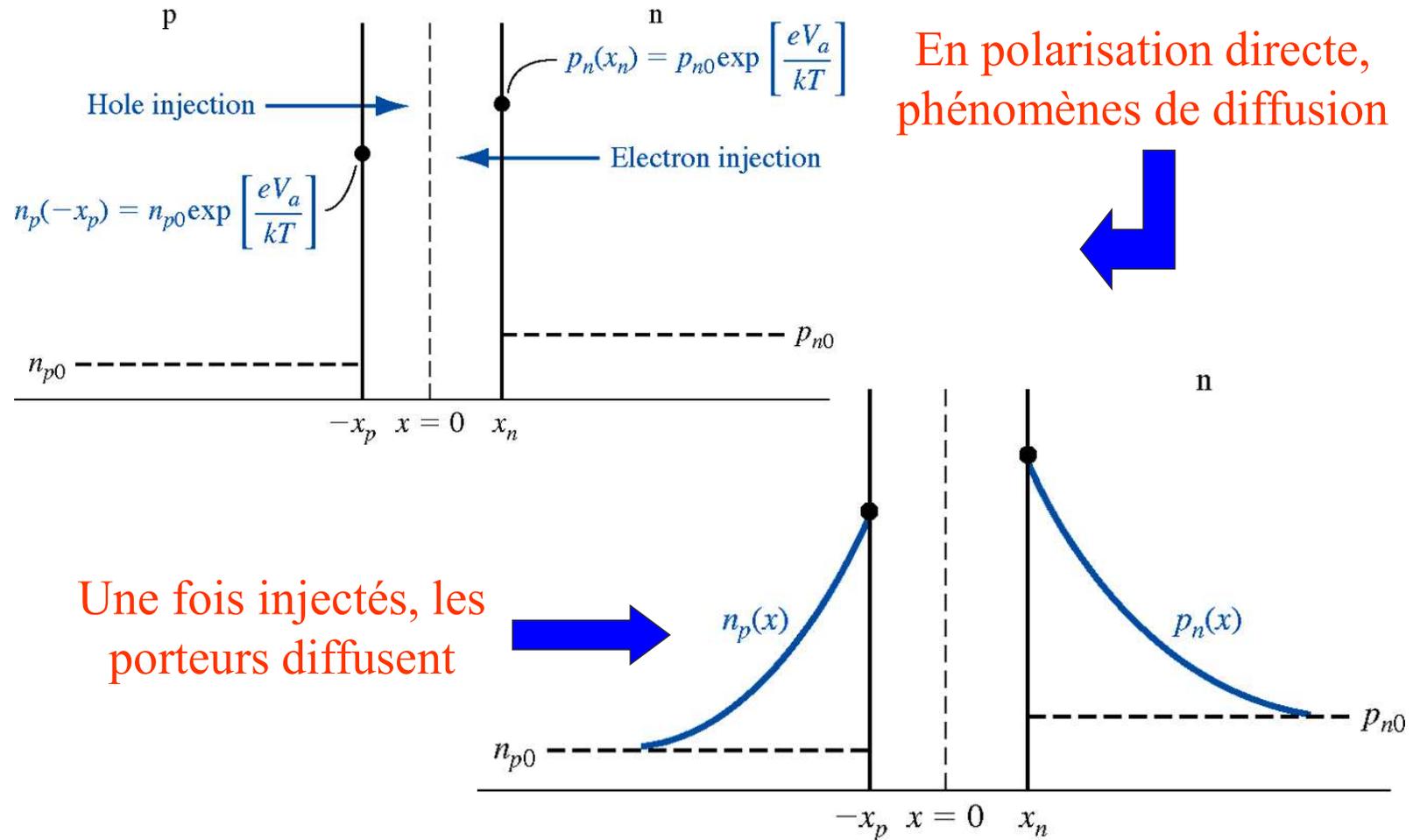
$$p'_n = p_n \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{N_D} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) \qquad n'_p = n_p \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right) = \frac{n_i^2}{N_A} \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$$

$$n'_p * p_p = p'_n * n_n = n_i^2 \exp\left(\frac{eV_A}{kT}\right)$$

Variation de la densité de trous injectés en fonction de V_a



Injection de porteurs



Distribution des porteurs dans les régions neutres

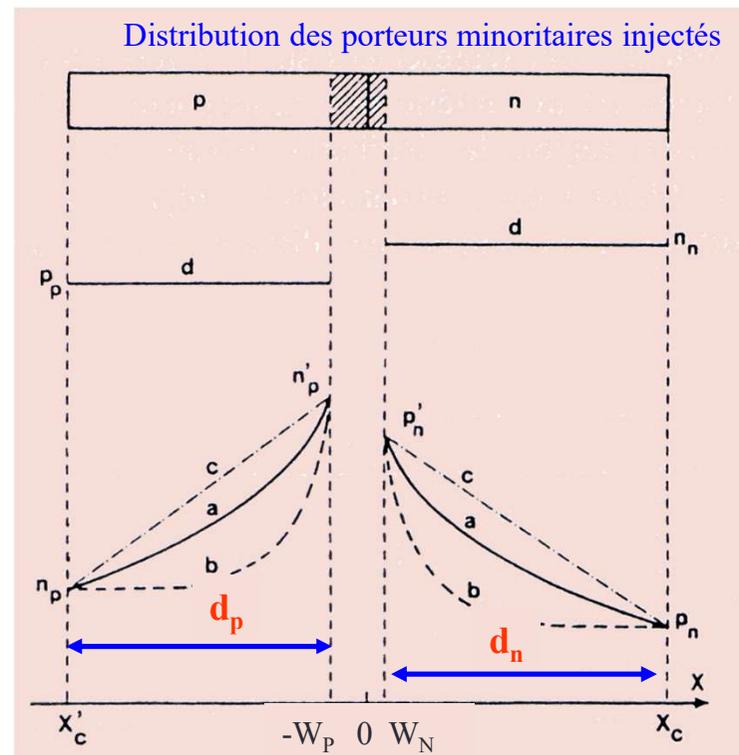
- Une fois les porteurs injectés, ils vont diffuser dans la région neutre et se recombiner avec les porteurs majoritaires

$$J_p(x) = -eD_p \frac{\partial p}{\partial x} \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{p - p_n}{\tau_p}$$

- La distribution va être fonction de la géométrie de la région

$$p - p_n = Ae^{-x/L_p} + Be^{+x/L_p}$$

- Les paramètres discriminatoires : la **longueur de diffusion** $L_{Dn,p}$ des électrons et des trous et la **largeur des régions neutres** $d_{n,p}$



a: région qcq, b: longue, c: courte,

Distribution des porteurs dans les régions neutres

- Régions longues ($d_{n,p} \gg L_{p,n}$)

$$p'(x) - p_n = p_n \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) e^{(W_N - x)/L_p}$$

$$n'(x) - n_p = n_p \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) e^{(x + W_p)/L_n}$$

- Régions courtes ($d_{n,p} \ll L_{p,n}$)

$$p'(x) - p_n = \frac{p_n}{d_n} \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) (x_c - x)$$

$$n'(x) - n_p = \frac{n_p}{d_p} \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) (x'_c + x)$$

- Régions qcq

$$p'(x) - p_n = \frac{p_n}{sh\left(\frac{d_n}{L_p}\right)} \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) sh\left[\frac{(x_c - x)}{L_p}\right]$$

$$n'(x) - n_p = \frac{n_p}{sh\left(\frac{d_p}{L_n}\right)} \left(e^{\frac{eV_a}{kT}} - 1 \right) sh\left[\frac{(x + x'_c)}{L_n}\right]$$

Courant de porteurs minoritaires dans les régions neutres

- La distribution connue, on peut facilement calculer le courant qui est un **courant de diffusion**:

$$J_p(x) = -eD_p \frac{dp(x)}{dx} \quad J_n(x) = eD_n \frac{dn(x)}{dx}$$

- Hypothèse : **pas de Phénomènes de G-R dans la ZCE**

$$J(V) = J_p(-W_p) + J_n(W_p) = J_p(W_n) + J_n(-W_p)$$

- On obtient la formule classique:

$$J(V) = J_S (e^{eV/kT} - 1)$$

*J_S est le courant de saturation de la diode,
ou courant inverse théorique*

Courant de porteurs minoritaires dans les régions neutres

- Régions courtes

$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D d_n} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A d_p}$$

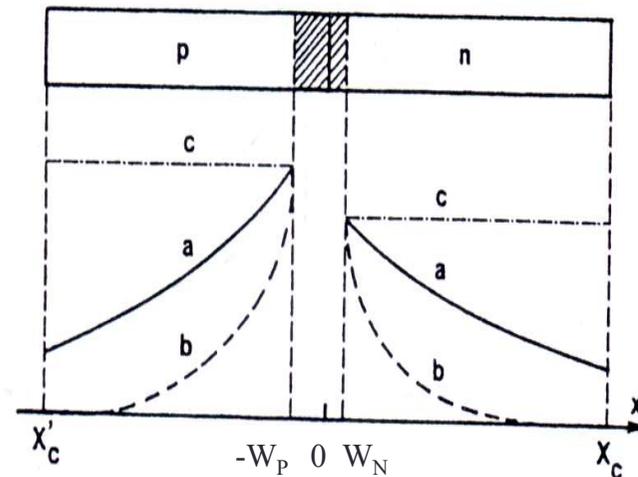
- Régions longues

$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D L_P} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A L_n}$$

- Régions qcq

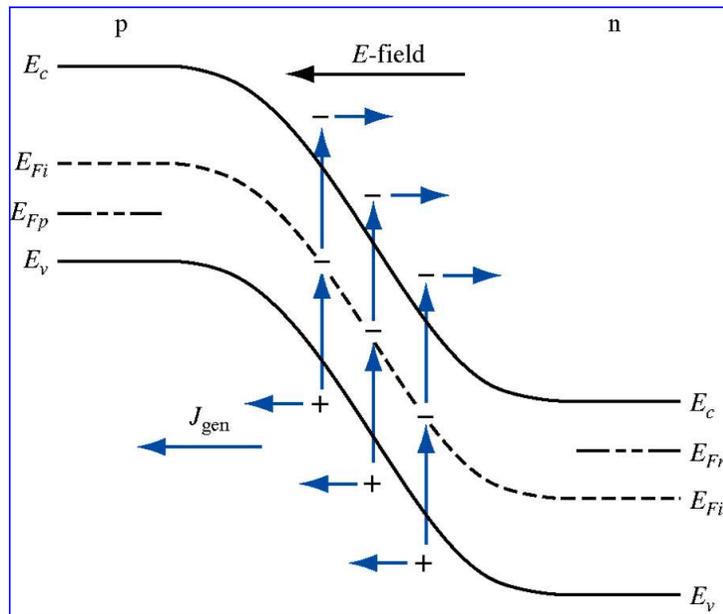
$$J_S = \frac{en_i^2 D_P}{N_D L_P \operatorname{th}\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} + \frac{en_i^2 D_n}{N_A L_n \operatorname{th}\left(\frac{d_p}{L_n}\right)}$$

a: région qcq, b: longue, c: courte,

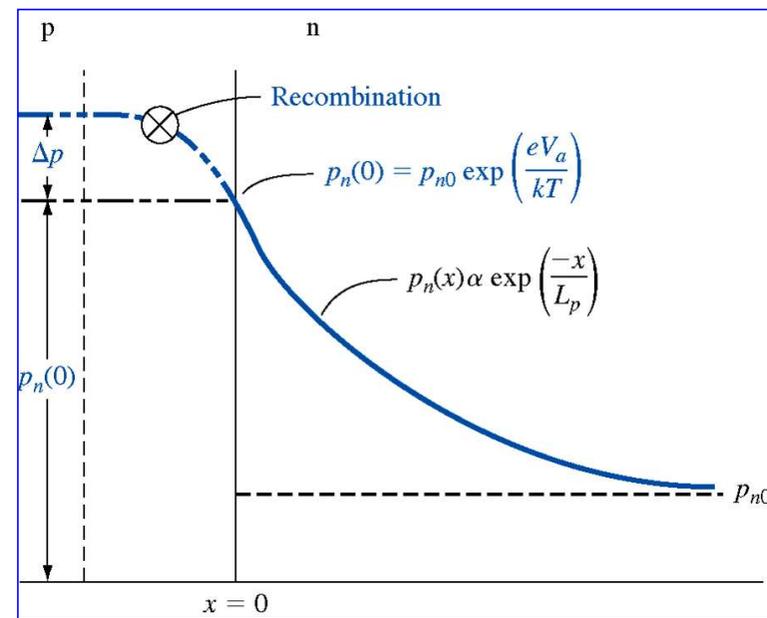


Courant de porteurs minoritaires

Génération –recombinaison dans la ZCE



Génération en inverse



Recombinaison en direct

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

- On affine le modèle \Leftrightarrow on tient compte de la G-R dans la ZCE
- Mécanisme connu (Shockley-Read)

$$r = \frac{1}{\tau} \frac{pn - n_i^2}{2n_i + p + n}$$

- On sait également que $p(W_N)n(W_N) = p(W_P)n(W_P) = n_i^2 \exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right)$
- Si on suppose np constant dans la ZCE et $\gg n_i^2$ (en polarisation directe), le taux r est max pour $n=p$, soit encore

$$r_{\max} = \frac{n_i}{2\tau} \exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right)$$

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

- Le courant de génération recombinaison dans la ZCE s'écrit alors:

$$\cancel{\frac{dn}{dt}} = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} + \cancel{g} - r \Leftrightarrow 0 = \frac{1}{e} \frac{dJ_n}{dx} - r \Rightarrow dJ_n = e r dx \quad J_{GR} = e \int_{W_P}^{W_N} r dx$$

- En polarisation inverse ($pn \ll n_i^2$), le taux est négatif ($r = -\frac{n_i}{2\tau} < 0$) et devient un taux net de génération
- En polarisation directe, le taux est $r_{max} = cte$ et le courant est un courant de recombinaisons.

La diode réelle : Phénomènes de génération-recombinaison dans la ZCE

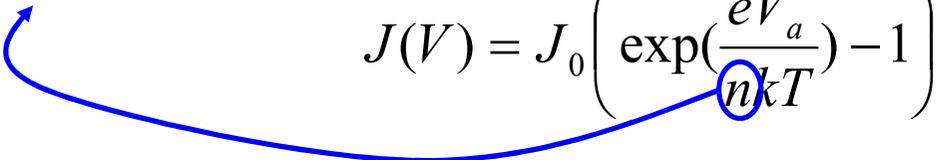
- Le courant de génération recombinaison dans la ZCE s'écrit alors:

$$J_{GR} = J_{GR}^0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right) - 1 \right) \quad J_{GR}^0 = \frac{en_i}{2\tau} W_T$$

- Le courant global en intégrant cet effet s'écrit:

$$J(V_a) = J_s \left(\exp\left(\frac{eV_a}{kT}\right) - 1 \right) + J_{GR}^0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{2kT}\right) - 1 \right)$$

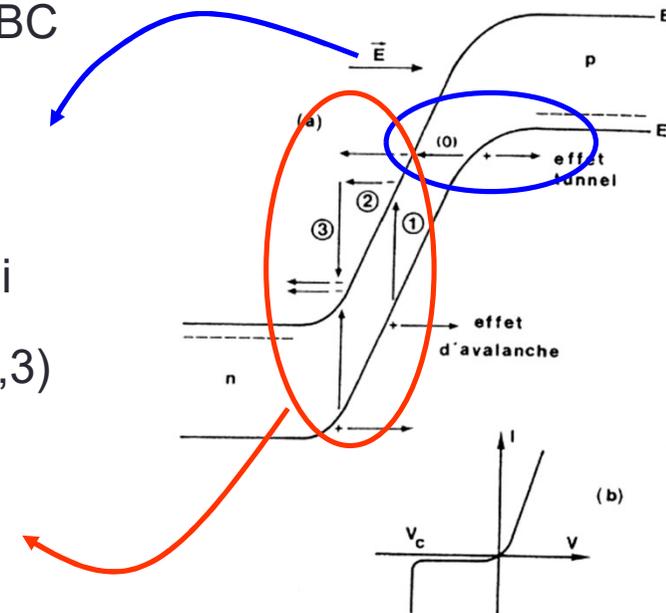
- Facteur d'idéalité:

$$J(V) = J_0 \left(\exp\left(\frac{eV_a}{nkT}\right) - 1 \right)$$


Diode en polarisation inverse: claquage de la jonction

- Effet thermique
- Effet Zener:
 - Passage direct de la BV à la BC par effet tunnel (0) si champ électrique supérieur à $E_{critique}$
- Effet Avalanche:
 - Avant le « tunneling », accélération des électrons qui excitent par impact des électrons de BV vers BC (1,2,3) etc....

$$V_{BD} = \frac{\epsilon \cdot E_C^2}{2eN_B}$$



- Perçage ou « punchthrough »

Jonction en régime dynamique: capacités de la jonction

- Capacité associée à charges
- 2 types de charges dans la jonction
 - Fixes (les dopants ionisés) dans la ZCE
 - Mobiles (les e^- et h^+) injectés en direct
- 2 types de capacités
 - Capacité de transition ou de la jonction
 - Capacité de diffusion ou stockage

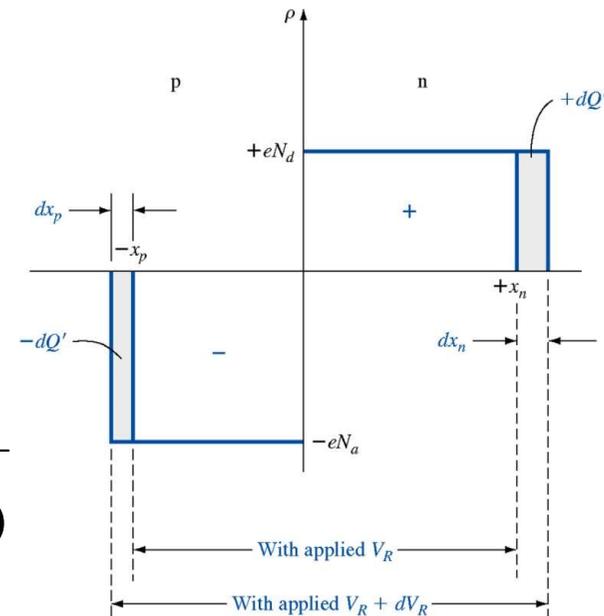
Capacité de transition ou de jonction

Elle est simplement associée à la charge Q contenue dans la ZCE

$$|Q| = eAN_A W_P = eAN_D W_N$$

$$C_T = \left| \frac{dQ'}{dV} \right|$$

$$W_p(V_d + V_A) = \sqrt{\frac{2\varepsilon_{sc}}{e} \frac{N_D}{N_A(N_A + N_D)} (V_d - V_A)}$$

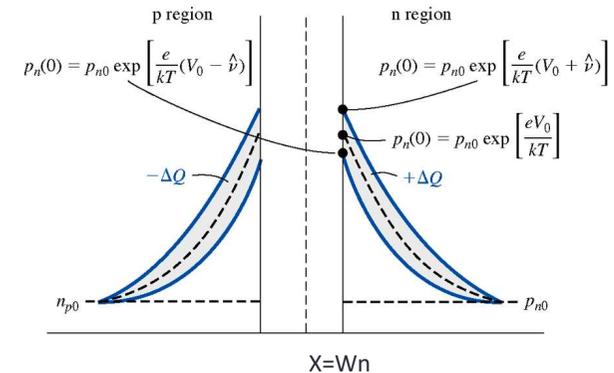


Soit:

$$C_T = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2e\varepsilon}{(V_D - V_A)} \frac{N_A N_D}{(N_A + N_D)}} = \frac{A\varepsilon}{W_T}$$

Capacité de diffusion ou de stockage

- Traduit le retard entre la tension et le courant
- Associée aux charges injectées dans les régions neutres:



$$Q_{Sp} = A \int_{W_N}^{X_C} e \underbrace{(p'(x) - p_n)}_{\text{Densité de trous excédentaires dans la région neutre N}} dx$$

Densité de trous excédentaires
dans la région neutre N

$$Q_{Sp} = \tau_p J_p (Wn)$$

$$Q_{Sp} = e(p'(0) - p_n) L_P \left[\coth\left(\frac{d_n}{L_P}\right) - \frac{1}{\text{sh}\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} \right]$$

Capacité de diffusion ou de stockage

- L'expression précédente peut se mettre sous la forme:

$$Q_{Sp} = \tau_{(p)} J_P(W_N) \quad \text{avec} \quad \tau_{(p)} = \tau_P \left(1 - \frac{1}{\operatorname{ch}\left(\frac{d_n}{L_P}\right)} \right)$$

- L'expression du temps peut être simplifiée en fonction de la « géométrie » de la diode:

- *Diode courte*: $\tau_{(p)} = \tau_t = \frac{d_n^2}{2D_P} \Leftrightarrow$ temps de transit

- *Diode longue*: $\tau_{(p)} = \tau_P \Leftrightarrow$ durée de vie

Capacité de diffusion ou de stockage

- Cette étude dans la région N est valable dans la région P, et en final on obtient:

$$Q_S = Q_{Sn} + Q_{Sp} = \tau_{(n)} J_n (-W_P) + \tau_{(p)} J_p (W_N)$$

Soit à partir de :

$$C_S = \frac{dQ_S}{dV}$$

$$C_S = C_{Sn} + C_{Sp} = \frac{e}{kT} K (\tau_{(n)} I_n + \tau_{(p)} I_p)$$

Facteur qui dépend de la géométrie

(2/3 \Leftrightarrow courte)

(1/2 \Leftrightarrow longue)

Capacité de diffusion ou de stockage

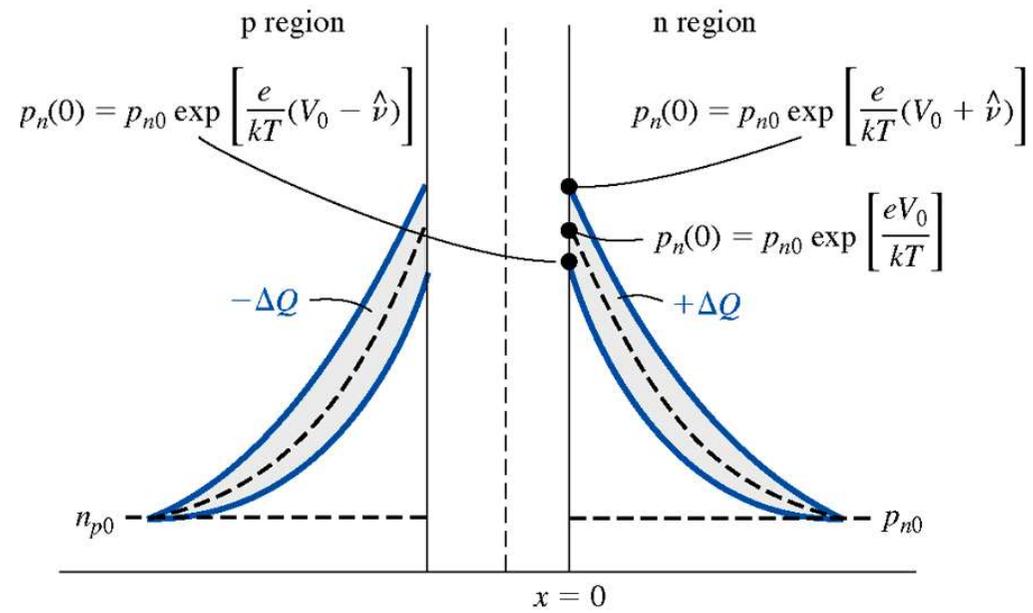
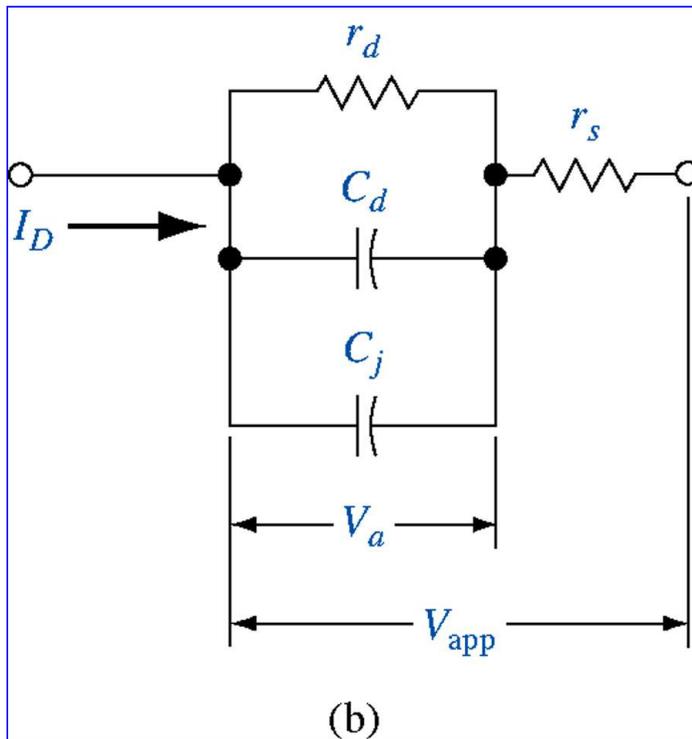


Schéma équivalent jonction pn



$$r_d = \frac{dV}{dI} = \frac{kT}{e} \frac{1}{I} \text{ résistance dynamique}$$

$$C_d = C_S = C_{Sn} + C_{Sp} = \frac{e}{kT} K (\tau_{(n)} I_n + \tau_{(p)} I_p) \text{ capa de diffusion}$$

$$C_T = C_J = \frac{A}{2} \sqrt{\frac{2e\epsilon}{(V_D - V_A) (N_A + N_D)}} = \frac{A\epsilon}{W_T} \text{ capa de jonction}$$

r_s résistance série

MOS CAPACITOR – MOSFET TRANSISTOR – MOS INVERTERS

Prof. Philippe LORENZINI
Polytech-Nice Sophia



Outline

- Metal Oxide Semiconductor Structure
- MOS Transistor
- MOS Inverters
 - NMOS
 - CMOS

- Two definitions

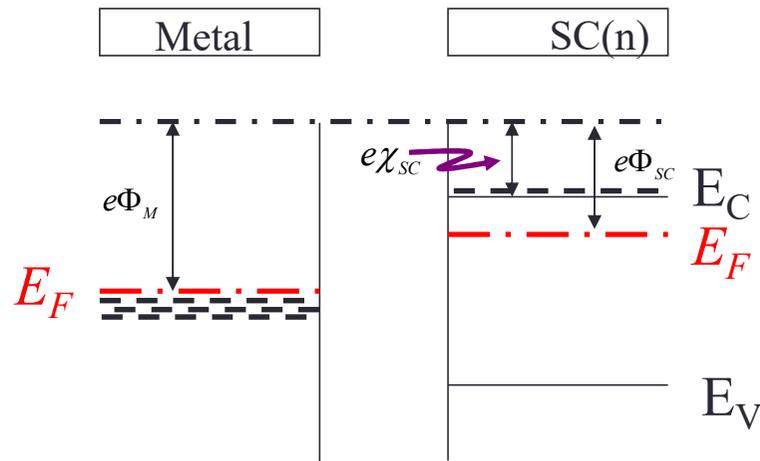
- Work Function (Travail de sortie) $e\phi_M$: this is the energy we have to give to an electron to extract it of metal without kinetic energy. It reaches the "vacuum level". Work function is the energy difference between the vacuum level and the highest occupied energy level, *ie* the Fermi level.
- Electron Affinity (Affinité électronique) $e\chi_{SC}$: it's the difference between the vacuum level and the bottom of the conduction band. It's only defined for SC and not for Metal.
- Unity for both of them: eV (electron volt)

Field Effect Transistor

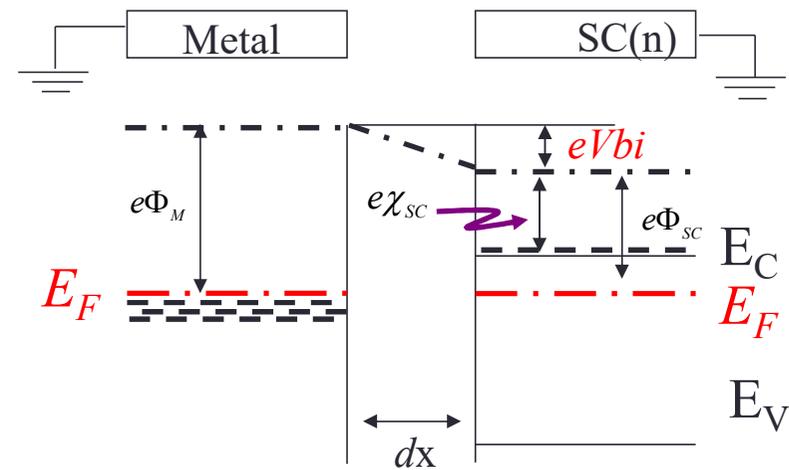
- The field effect is the variation of the conductance of a channel in a semiconductor by the application of an electric field

Equilibrium of MOS structure

$$V_{bi} = \phi_M - \phi_{sc} \quad , \quad E = -\frac{dV}{dx} \quad , \quad \frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{sc}}$$



Independant system



Equilibrium state

The five regimes : a function of work function

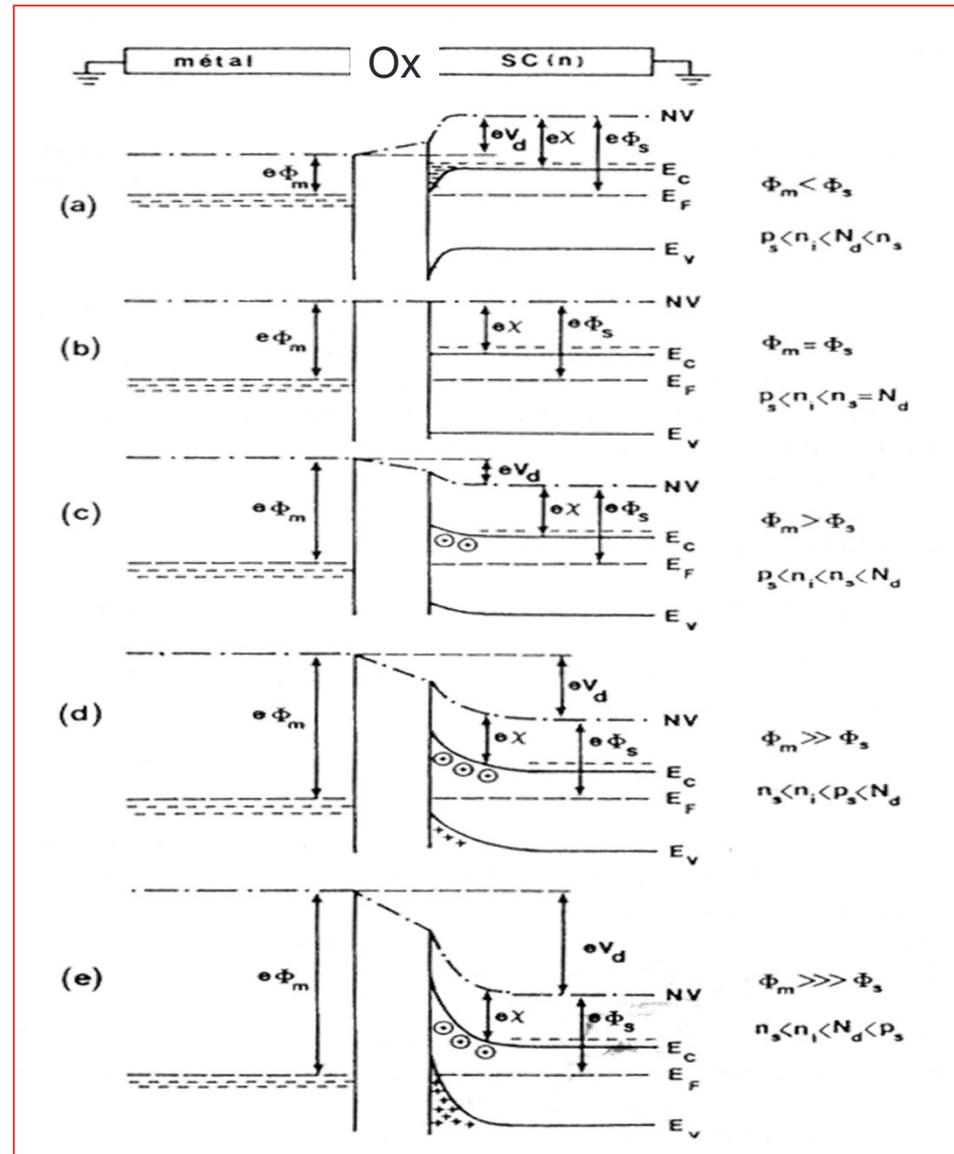
(a) Accumulation

(b) Flat band

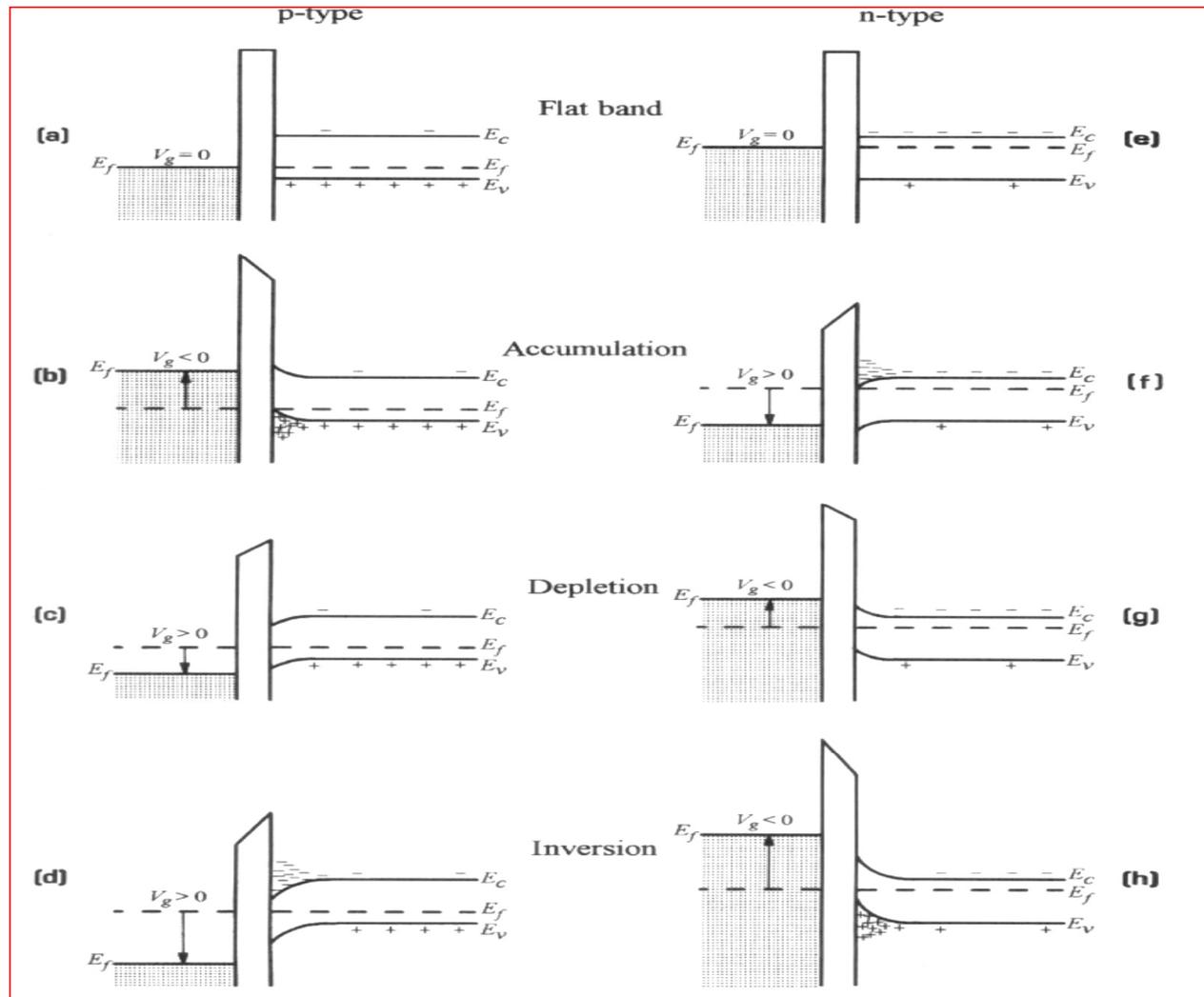
(c) Desertion / depletion

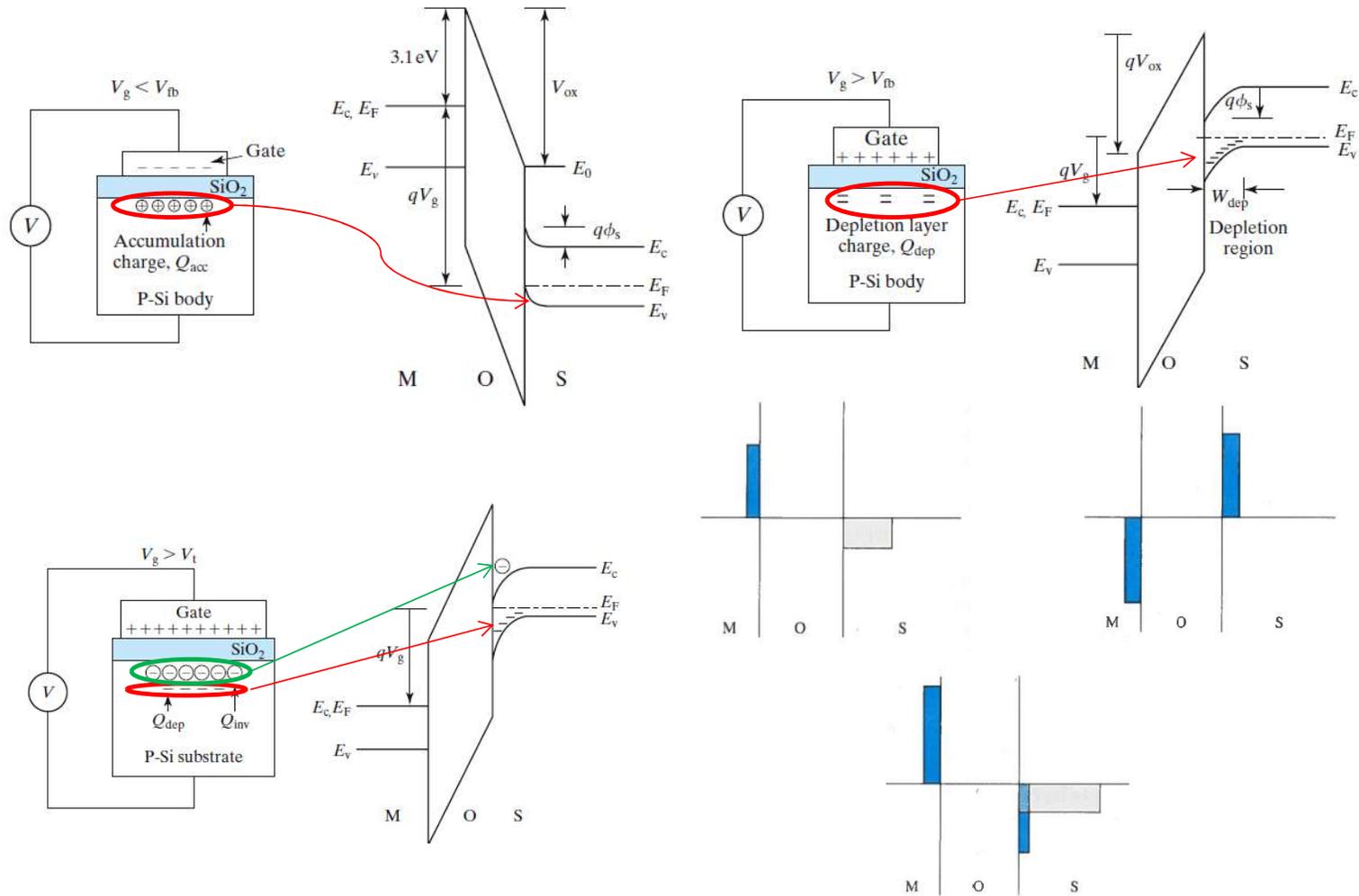
(d) Weak inversion

(e) Strong inversion



Energy band diagram for ideal n and p type MOS capacitors under different bias conditions





Field, potential and charges in Silicon

We suppose we deal with a **p type** semiconductor:

$$e\phi_{Fi} = |E_F - E_{Fi}| > 0$$

warning: in few books,
absolute value is not
present!!!!

$$V(x = \infty) = 0, \quad V(x = 0) = V_s, \quad V_g$$

Field, potential and charges in Silicon (p-type)

□ Poisson's Equation:
$$\frac{d^2V}{dx^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{SC}}$$

$$\rho(x) = e \left[p(x) - n(x) + N_D^+(x) - N_A^-(x) \right] \text{ Charge density}$$

$$p_0 - n_0 = N_A^- - N_D^+$$

$$n_0 = n_i \exp\left(-\frac{e\phi_{Fi}}{kT}\right)$$

$$p_0 = n_i \exp\left(\frac{e\phi_{Fi}}{kT}\right)$$

$$n(x) = n_0 \exp\left(\frac{eV(x)}{kT}\right) = n_i \exp\left(\frac{e(V(x) - \phi_{Fi})}{kT}\right)$$

$$p(x) = n_i \exp\left(-\frac{e(V(x) - \phi_{Fi})}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{eV(x)}{kT}\right)$$

Field, potential and charges in Silicon

$$\rho(x) = e \left[n_0 - p_0 + p_0 e^{-\frac{eV(x)}{kT}} - n_0 e^{+\frac{eV(x)}{kT}} \right]$$

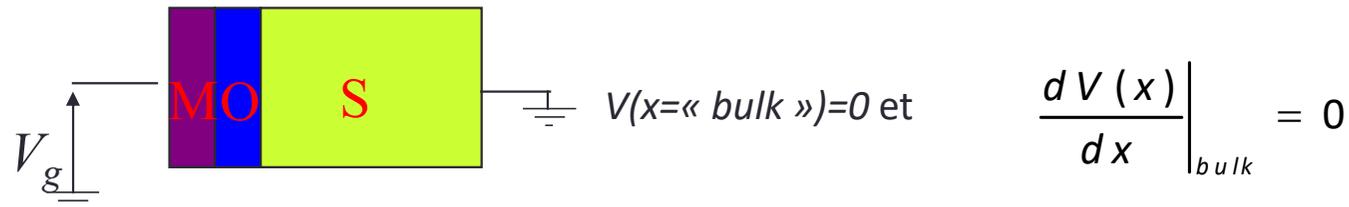
$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[p_0 \left(e^{-\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) - n_0 \left(e^{+\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) \right]$$

$$\frac{d^2V(x)}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dV(x)}{dx} \right) = \frac{d}{dV} \left(\frac{dV(x)}{dx} \right) \frac{dV(x)}{dx}$$

$$\frac{dV(x)}{dx} d \left(\frac{dV(x)}{dx} \right) = -\frac{e}{\epsilon_{sc}} \left[p_0 \left(e^{-\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) - n_0 \left(e^{+\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) \right] dV(x)$$

Field, Potential and Charges in Silicon

- We calculate the integral from bulk to a point x in SC



$$\int_0^{dV(x)/dx} \frac{dV(x)}{dx} d\left(\frac{dV(x)}{dx}\right) = -\frac{e}{\epsilon_{SC}} \int_0^{V(x)} \left[p_0 \left(e^{-\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) - n_0 \left(e^{+\frac{eV(x)}{kT}} - 1 \right) \right] dV(x)$$

And the Electric Field is given by: $E(x) = -\frac{dV(x)}{dx}$

$$E^2(x) = \left(\frac{dV(x)}{dx} \right)^2 = \frac{2kTp_0}{\epsilon_{SC}} \left[\left(e^{-\frac{eV(x)}{kT}} + \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) + \frac{n_0}{p_0} \left(e^{+\frac{eV(x)}{kT}} - \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) \right]$$

Field, potential and charges in Silicon

$$E^2(x) = \left(\frac{dV(x)}{dx} \right)^2 = \left(\frac{kT}{e} \right)^2 \frac{2}{L_D^2} \left[\left(e^{-eV(x)/kT} + \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) + \frac{n_0}{p_0} \left(e^{eV(x)/kT} - \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) \right]$$

With the Debye length:

$$L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_{SC} kT}{2e^2 p_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon_{SC} kT}{2e^2 N_a}}$$

If we use the Gauss's theorem:

$$E_S = -\frac{Q_{SC}}{\epsilon_{SC}}$$

$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_S/kT} + \frac{eV_S}{kT} - 1 + e^{e(V_S - 2\phi_{FI})/kT} - \frac{n_0}{p_0} \left(\frac{eV_S}{kT} + 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

Field, potential and charges in Silicon

$$E^2(x) = \left(\frac{dV(x)}{dx} \right)^2 = \left(\frac{kT}{e} \right)^2 \frac{2}{L_D^2} \left[\left(e^{-eV(x)/kT} + \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) + \frac{n_0}{p_0} \left(e^{eV(x)/kT} - \frac{eV(x)}{kT} - 1 \right) \right]$$

With the Debye length:

$$L_D = \sqrt{\frac{\epsilon_{SC} kT}{2e^2 p_0}} = \sqrt{\frac{\epsilon_{SC} kT}{2e^2 N_a}}$$

If we use the Gauss's theorem: (surface=1)



$$\oint E \cdot dS = \frac{Q_{SC}}{\epsilon_{SC}} \Rightarrow E(x=0) = -E_s = \frac{Q_{SC}}{\epsilon_{SC}}$$

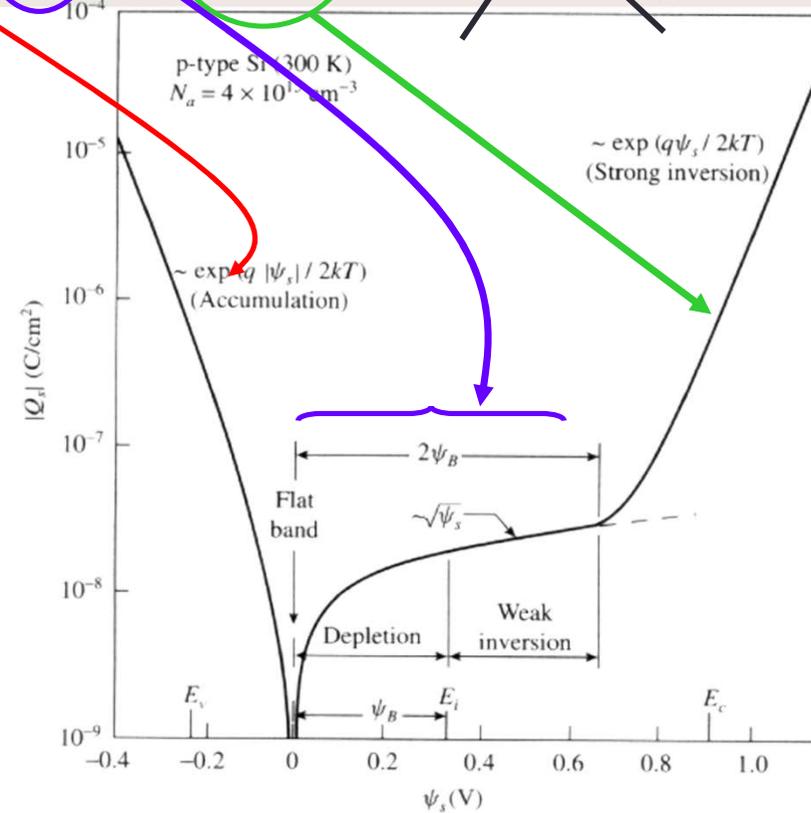
$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_s/kT} + \frac{eV_s}{kT} - 1 + e^{(V_s - 2\phi_{FI})/kT} - \frac{n_0}{p_0} \left(\frac{eV_s}{kT} + 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

Field, potential and charges in Silicon

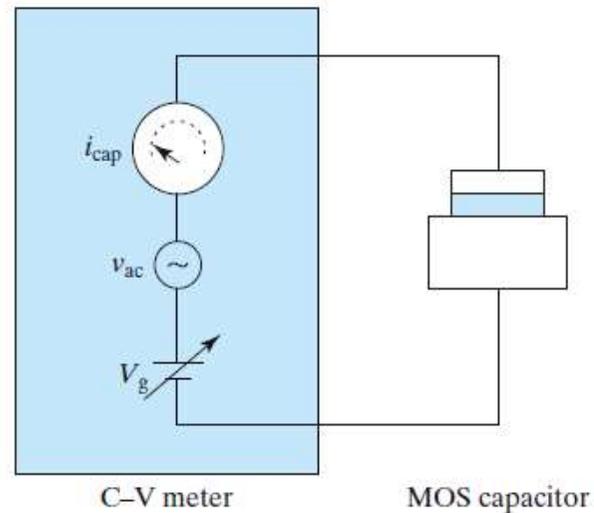
$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_s/kT} + \frac{eV_s}{kT} - 1 + e^{\frac{e(V_s - 2\phi_{Fi})}{kT}} - \frac{n_0}{p_0} \left(\frac{eV_s}{kT} + 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

Always negligible
(p type)

- For V_s (and so V_g) negative (accumulation)
- For V_s (and V_g) positive but less than $2\Phi_{fi}$ (depletion – weak inversion)
- For V_s (and V_g) $> 2\Phi_{fi}$ (strong inversion)



Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure



Setup for the C-V measurement.

The C-V curve is usually measured with a CV meter:

- We apply a DC bias voltage V_g + small sinusoidal signal (100 Hz to 10 MHz)
- We measure the capacitive current with an AC meter (90 degree phase shift)

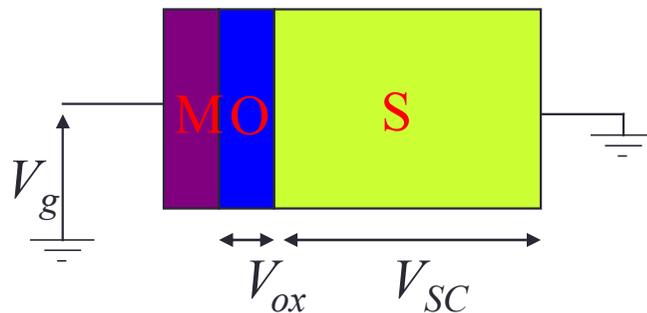
$$\Rightarrow i_{cap}/v_{ac} = \omega C$$

Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

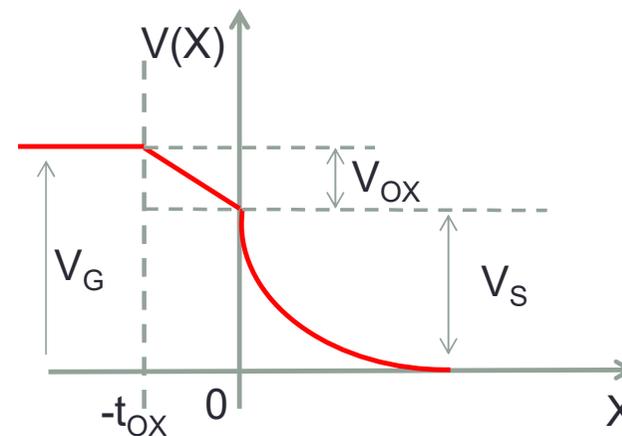
When a voltage V_g is applied on the MOS Gate, part of it appears as a potential drop across oxide and the rest of it appears as a band bending V_s in silicon:

$$V_g = V_{ox} + V_{SC} = \frac{-Q_{SC}}{C_{ox}} + V_S$$

SC is grounded,
so $V_{SC} = V_S$



Oxide and Silicon have capacitor behavior



Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

- Oxide capacitance: as a parallel-plate capacitor

$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}} \text{ F/cm}^2$$

- We can also write :

$$C_{ox} = \frac{Q_M}{V_{ox}} = \frac{Q_M}{(V_G - V_S)} = \frac{dQ_M}{d(V_G - V_S)}$$

$$\frac{1}{C_{ox}} = \frac{dV_G}{dQ_M} - \frac{dV_S}{dQ_M}$$

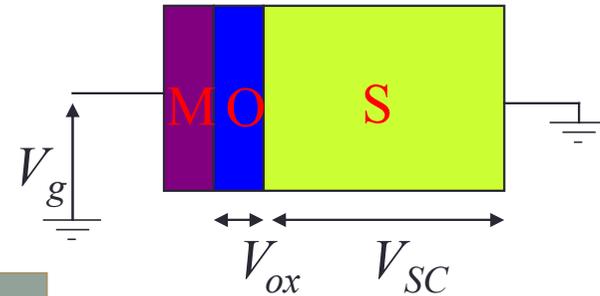
Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

- *Semiconductor (silicon) capacitance*

$$C_{SC} = \frac{\delta(\text{charge in SC})}{\delta(\text{voltage across SC})} = \frac{d(-Q_{SC})}{dV_S} = \frac{d(Q_M)}{dV_S}$$

$$\frac{1}{C_{SC}} = \frac{dV_S}{dQ_M}$$

Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure



- Global capacitance of the structure:

$$C_{MOS} = \frac{dQ_M}{dV_G} = -\frac{dQ_{SC}}{dV_G}$$

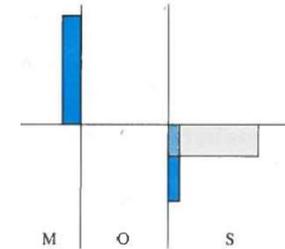
- If we combine the 3 relations above :

$$\frac{1}{C_{ox}} = \frac{dV_G}{dQ_M} - \frac{dV_S}{dQ_M} = \frac{1}{C_{MOS}} - \frac{1}{C_{SC}}$$

$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{SC}} \Leftrightarrow 2 \text{ capacitances connected in serie}$$

Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

- Total charge Q_{SC} depends on different regimes
 \Leftrightarrow 2 types of charges, fixed and mobile/free:



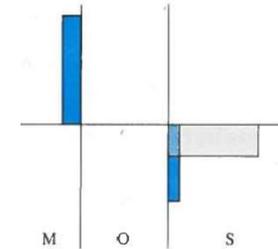
$$Q_{SC} = \text{free carriers charges} + \text{fixed charges} = Q_S + Q_{dep}$$

➔ Semiconductor capacitance can be written as:

$$C_{SC} = \frac{-dQ_{sc}}{dV_S} = \frac{-(dQ_S + dQ_{dep})}{dV_S} = -\frac{dQ_S}{dV_S} - \frac{dQ_{dep}}{dV_S}$$

Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

- Total charge in SC depends on different regimes
 \Leftrightarrow 2 types of charges, fixed and mobile/free:



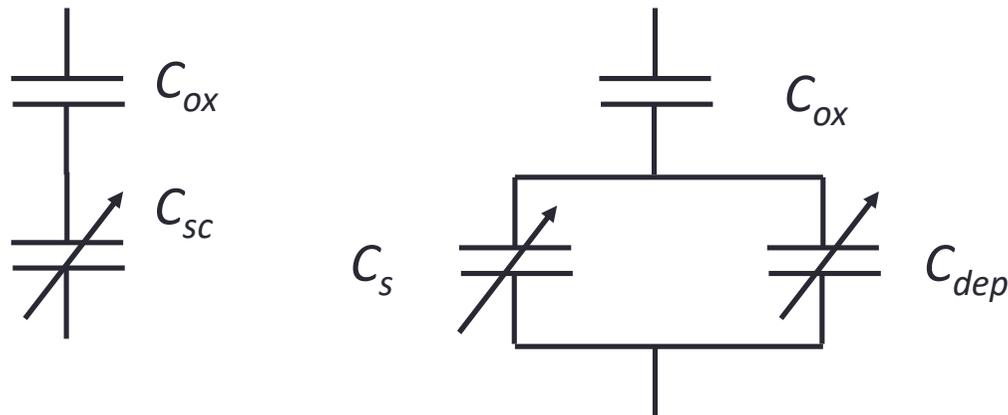
$$Q_{SC} = \text{free carriers charges} + \text{fixed charges} = Q_S + Q_{dep}$$

\Rightarrow Semiconductor capacitance can be written as:

$$C_{SC} = \frac{-dQ_{sc}}{dV_S} = C_S + C_{dep}$$

Measurement of capacitance in Ideal MOS Structure

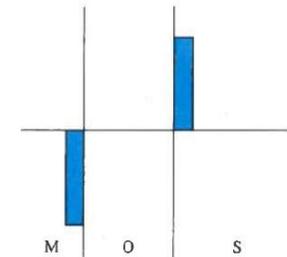
- Summary: MOS capacitor is equivalent :
 - of 2 capacitors connected in serie, C_{ox} and C_{sc}
 - C_{sc} is equivalent of two capacitors
 - the two are variable and be view as 2 capacitors in //



Conclusion: the total capacitance of MOS structure is function of bias conditions or operating regime through C_{sc}

$$\frac{1}{C_{sc}} = \frac{dV_s}{dQ_M}$$

Capacitance of MOS structure



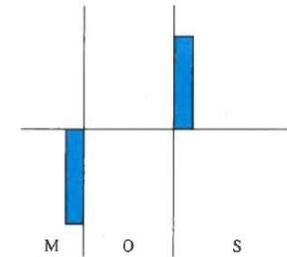
- Accumulation Regime: $V_S < 0$ ie $V_G < 0$

$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-\frac{eV_S}{kT}} + \frac{eV_S}{kT} - 1 + e^{\frac{e(V_S - 2\phi_{FI})}{kT}} - \frac{n_0}{p_0} \left(\frac{eV_S}{kT} + 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

$$Q_{SC} \approx \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2} kT}{e L_D} e^{-\frac{eV_S}{2kT}} > 0$$

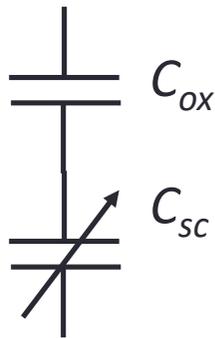
$$C_{SC} = \frac{-dQ_{SC}}{dV_S} = \frac{e}{2kT} Q_{SC} = \frac{e}{2kT} C_{ox} |V_g - V_S|$$

Capacitance of MOS structure



- Accumulation Regime: $V_S < 0$ ie $V_G < 0$

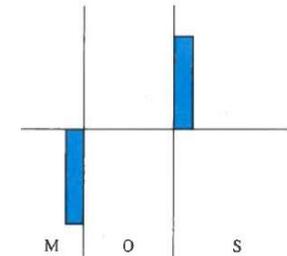
$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_S/kT} + \frac{eV_S}{kT} - 1 + \frac{n_0}{p_0} \left(e^{eV_S/kT} - \frac{eV_S}{kT} - 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$



$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{SC}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{2kT/e}{|V_g - V_S|}$$

$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} \left(1 + \frac{2kT/e}{|V_g - V_S|} \right)$$

Capacitance of MOS structure



- Accumulation Regime: $V_S < 0$ ie $V_G < 0$

$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_S/kT} + \frac{eV_S}{kT} - 1 + \frac{n_0}{p_0} \left(e^{eV_S/kT} - \frac{eV_S}{kT} - 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

- $kT=26$ meV, in accumulation regime V_S is around -0,3 V to -0,4 V, \Leftrightarrow as soon as $V_G < -1$ to -2 V, so we can simplify to:

$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} \left(1 + \frac{2kT}{|V_g - V_S|} \right) \cong \frac{1}{C_{ox}}$$

Capacitance of MOS structure

- Flat Band: $V_S = 0$ V ie $V_G = 0$ V
(warning : ideal structure!!!!)

Analytical computing:



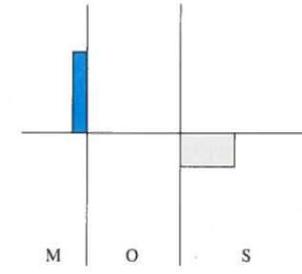
$$C_{SC}(fb) = \frac{\epsilon_{SC}}{L_D}$$

$$C_{MOS}(fb) = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{SC}} L_D} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{SC}} \sqrt{\frac{kT}{2e^2} \frac{\epsilon_{SC}}{N_A}}} \approx C_{ox}$$

$\ll d_{ox}$

Capacitance of MOS structure

- Depletion regime and weak inversion

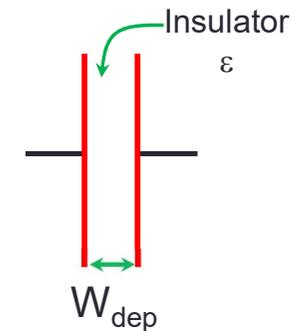


$$0 < V_S < 2\phi_{Fi}$$

$$W_{dep} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{SC}}{e} \frac{1}{N_A} V_S}$$

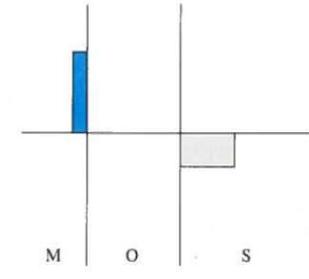
$$Q_{SC} = -\frac{\sqrt{2\epsilon_{SC}kT}}{eL_D} \left(\frac{eV_S}{kT}\right)^{\frac{1}{2}} = -\left[2eN_A\epsilon_{SC}V_S\right]^{\frac{1}{2}} = Q_{dep} < 0$$

$$C_{SC} = -\frac{dQ_{SC}}{dV_S} = \left(\frac{eN_A\epsilon_{SC}}{2V_S}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\epsilon_{SC}}{W_{dep}}$$



Capacitance of MOS structure

- Depletion regime and weak inversion



$$0 < V_S < 2\phi_{Fi}$$

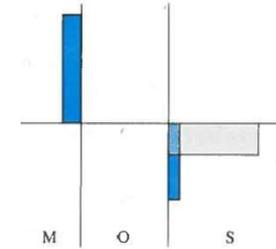
$$C_{SC} = -\frac{dQ_{SC}}{dV_S} = \left(\frac{eN_A \epsilon_{SC}}{2V_S} \right)^{1/2} = \frac{\epsilon_{SC}}{W_{dep}}$$

$$C_{MOS}(depletion) = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox} + \frac{\epsilon_{ox}}{\epsilon_{SC}} W_{dep}} = \frac{C_{ox}}{\sqrt{1 + (2C_{ox}^2 V_S / \epsilon_{SC} eN_A)}}$$

Capacitance of MOS structure

- Strong inversion

$$V_S > 2\phi_{Fi}$$

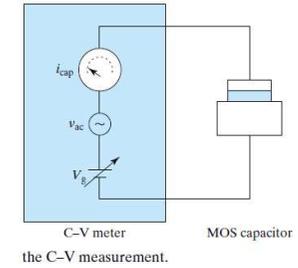
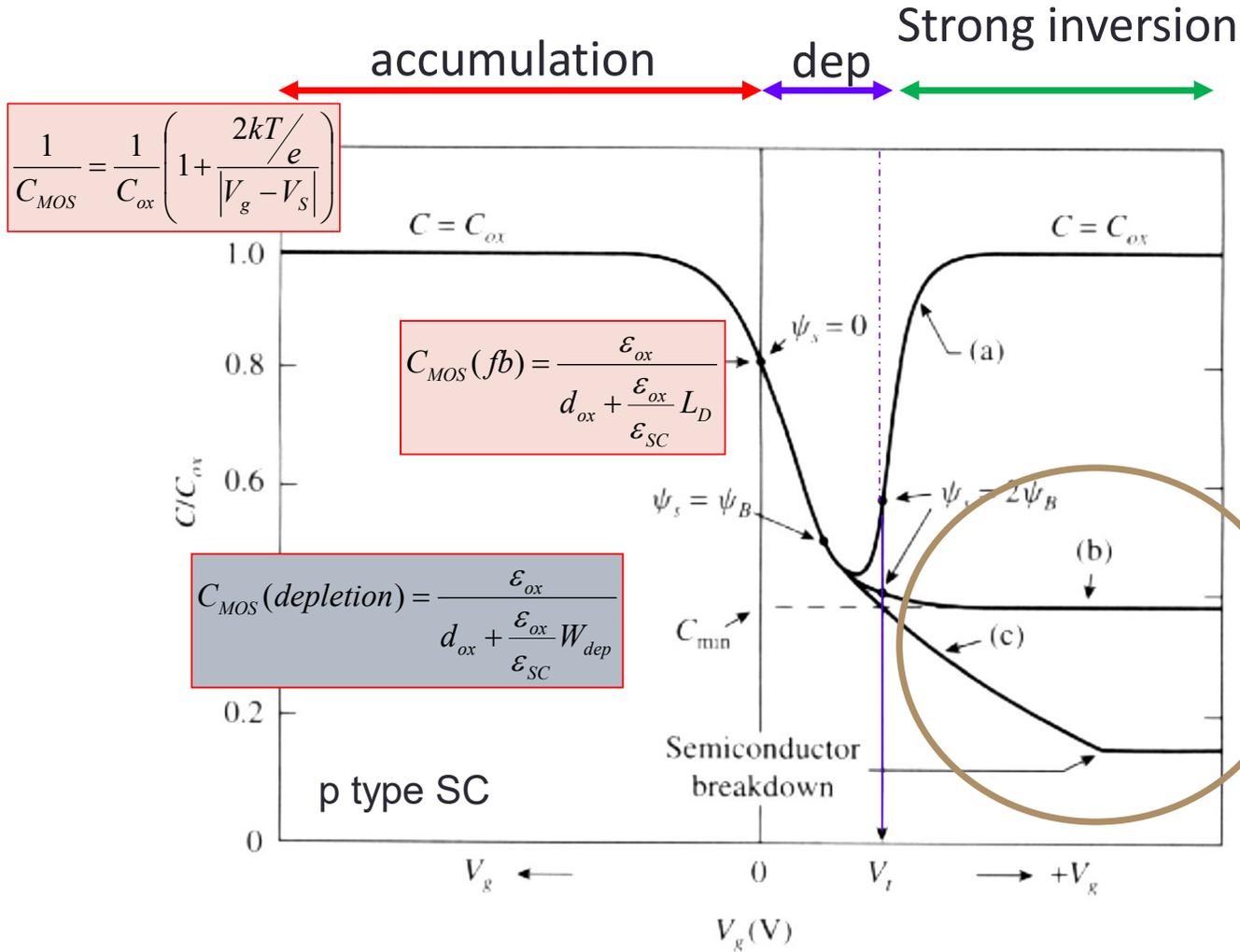


$$Q_{SC} = \pm \left(\frac{kT}{e} \right) \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2}}{L_D} \left[e^{-eV_S/kT} + \frac{eV_S}{kT} - 1 + e^{\frac{e(V_S - 2\phi_{FI})}{kT}} - \frac{n_0}{p_0} \left(\frac{eV_S}{kT} + 1 \right) \right]^{1/2} = -Q_{metal}$$

$$Q_{SC} \approx - \frac{\epsilon_{SC} \sqrt{2} kT}{e L_D} e^{\frac{e(V_S - 2\phi_{FI})}{2kT}} < 0$$

$$C_{SC} = \frac{-dQ_{SC}}{dV_S} = \frac{\epsilon}{\sqrt{2} L_D} e^{\frac{e(V_S - 2\phi_{FI})}{2kT}} \rightarrow \frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{SC}} \approx \frac{1}{C_{ox}}$$

Capacitance of MOS structure



???

Capacitance of MOS structure

- Strong inversion:

$$Q_{sc} \approx - \frac{\epsilon_{sc} \sqrt{2kT}}{eL_D} (F_{inv} + F_{dep})^{1/2}$$

$$C_{sc} \approx cte \times \left(\frac{dF_{inv}}{dV} + \frac{dF_{dep}}{dV} \right)$$



Which mechanism governs the onset of strong inversion layer?

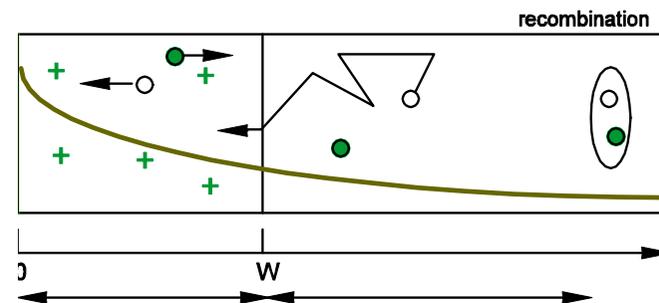
- P type SC : we must create electrons at oxide/SC interface. Where they come from?
 - From Metal : **NO** because oxide barrier
 - From SC (neutral region) : **NO** minority carriers (e-)



Only one solution: thermal (or optical) generation

Capacitance of MOS structure

- Strong inversion:
 - Thermal generation?
 - #1 : In the space charge + dissipation of charge by electric field
 - #2 : In the neutral region



First mechanism dominates but it's a **slow one.**

Capacitance of MOS structure

- Strong inversion
 - Which Delay time to create strong inversion layer ?

Shockley-Read equation

$$g_{th} = \frac{n_i}{2\tau_m}$$

Strong inversion limit: $n_S = N_A$

$$g_{th} \tau_S = N_A$$

\Rightarrow

$$\tau_S = 2 \frac{N_A}{n_i} \tau_m$$

More realistic

$$\tau_S = 1 - 10 \frac{N_A}{n_i} \tau_m$$

Si:

$$n_i = 10^{10} \text{ cm}^{-3}$$

$$N_A = 10^{15} \text{ cm}^{-3}$$

$$\tau_m = 10^{-5} \text{ s}$$

$\tau_S = 1 \text{ s} !!$

Capacitance of MOS structure

- When we measure $C(V)$, results depend on YES or NO, we give enough time to create this layer
 - YES: we measure capacitance due to inversion layer
 - NO : Depletion layer preserves the neutrality of the system with an increase of its width . The limit is the breakdown of the semiconductor



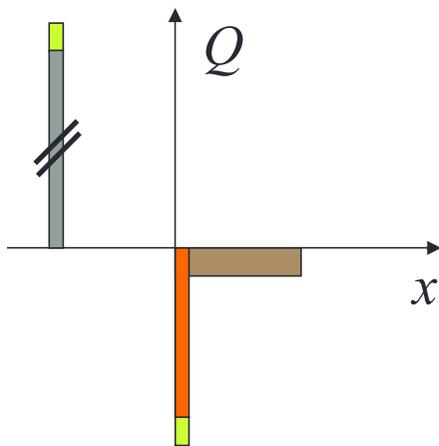
Results are frequency dependant

Capacitance of MOS structure:
strong inversion

$$C_{sc} \approx cte \times \left(\frac{dF_{inv}}{dV} + \frac{dF_{dep}}{dV} \right) \quad \text{3 cases :}$$

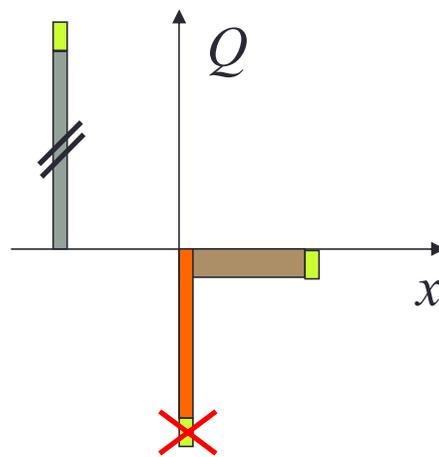
Low frequency
+
Slow ramp V_g

$$F_{inv} \gg F_{dep} \quad \text{and} \quad \left(\frac{dF_{inv}}{dV} \gg \frac{dF_{dep}}{dV} \right)$$



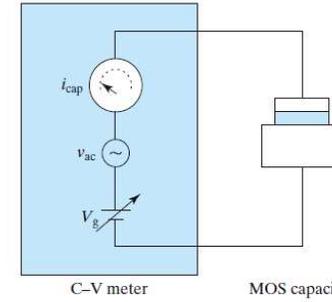
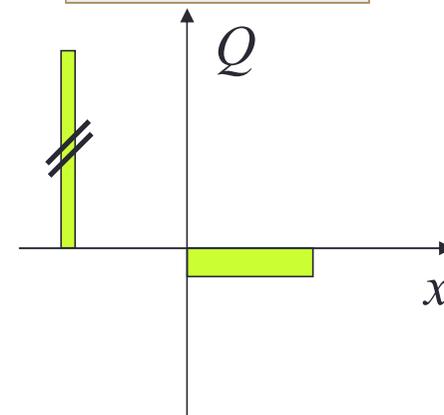
High frequency
+
Slow ramp V_g

$$F_{inv} \gg F_{dep} \quad \text{but} \quad \left(\frac{dF_{inv}}{dV} < \frac{dF_{dep}}{dV} \right)$$



High frequency
+
High ramp V_g

$$F_{inv} \ll F_{dep} \quad \text{and} \quad \left(\frac{dF_{inv}}{dV} \ll \frac{dF_{dep}}{dV} \right)$$



Setup for the C-V measurement.

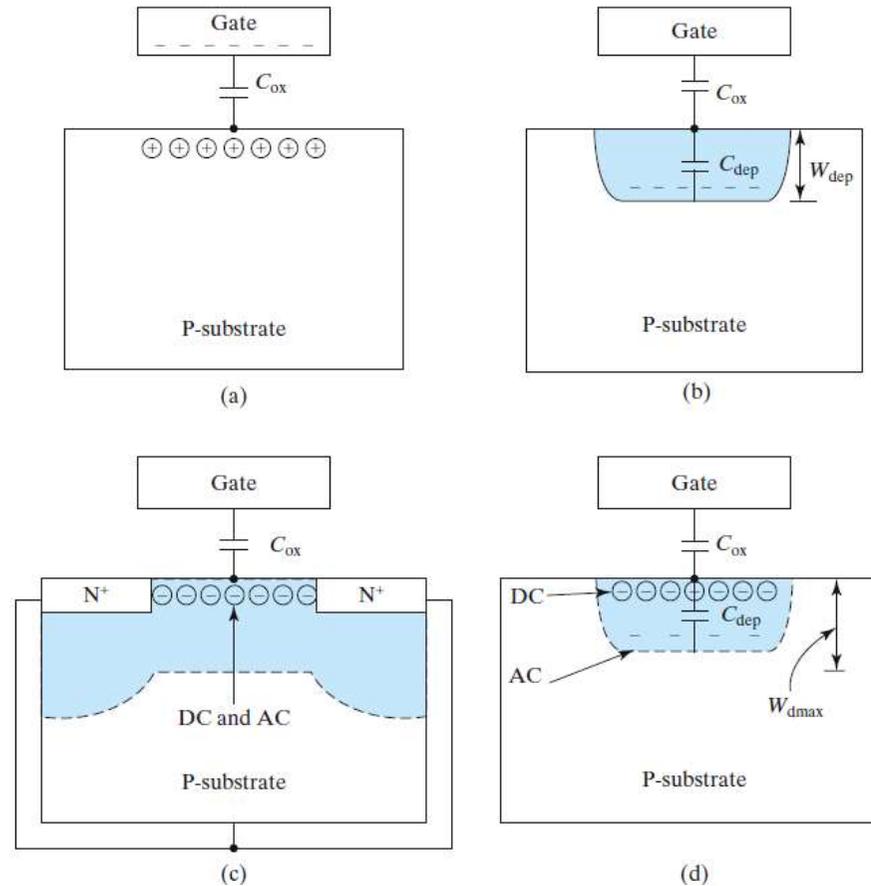


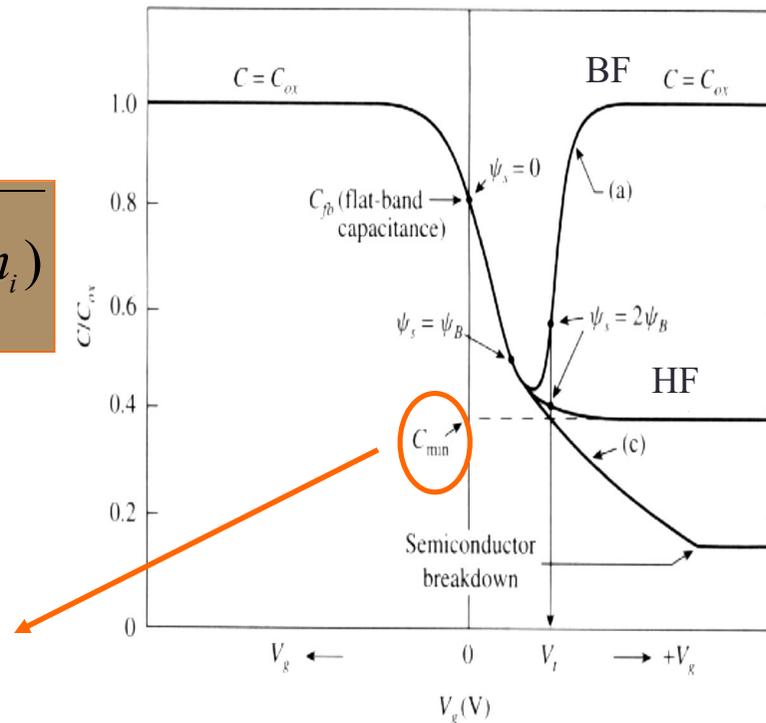
FIGURE 5-17 Illustration of the MOS capacitor in all bias regions with the depletion-layers shaded. (a) Accumulation region; (b) depletion region; (c) inversion region with efficient supply of inversion electrons from the N region corresponding to the transistor $C-V$ or the quasi-static $C-V$; and (d) inversion region with no supply of inversion electrons (or weak supply by thermal generation) corresponding to the high-frequency capacitor $C-V$ case.

Capacitance of MOS structure: strong inversion

- *minimum capacitance (HF):*

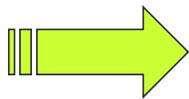
$$W_{\max} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc}}{eN_A} 2\phi_{Fi}} = \sqrt{\frac{4\epsilon_{sc} kT}{e^2 N_A} \ln(N_A / n_i)}$$

$$\frac{1}{C_{\min}} = \frac{1}{C_{ox}} + \sqrt{\frac{4kT \ln(N_A / n_i)}{\epsilon_{sc} e^2 N_A}}$$



MOS capacitor : parasitic effects

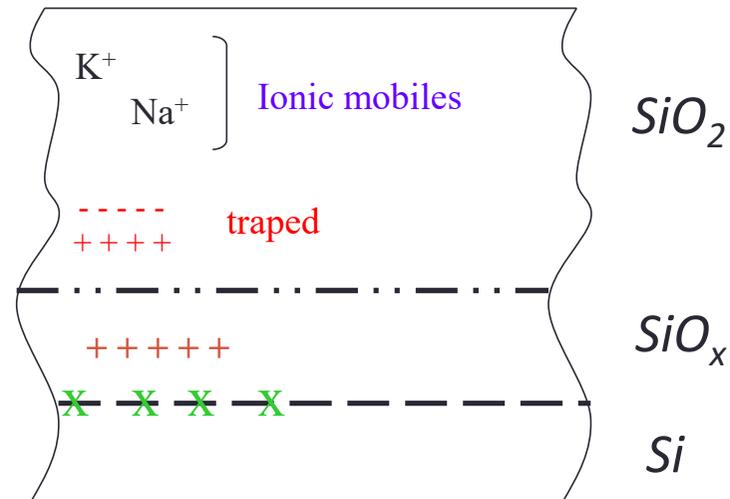
- 2 factors modify « ideal » structure of MOS capacitor.
 - The charges in oxide and/or charges at interface Oxide – SC.
 - The difference between the work function of the Metal and the SC



Influence on the threshold voltage V_T of the structure.

MOS capacitor :oxide charge

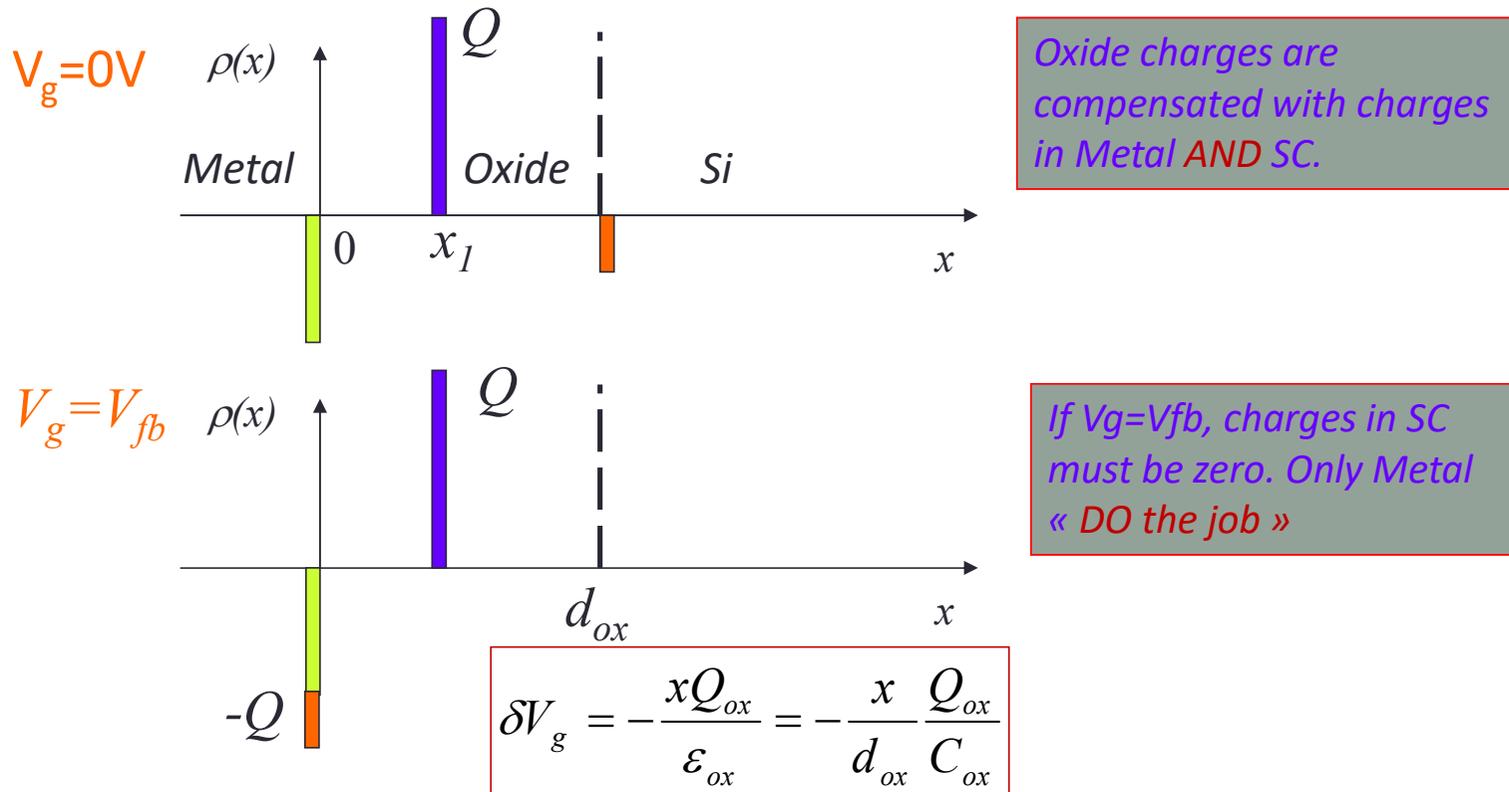
- Distribution of charges in the oxide :
 - Mobile ionic charges
 - Oxide trapped charges
 - Fixed oxide charges
 - Traped charges at Si-SiO₂ interface



Depending on their position in the oxide, the charges will influence more or less on the electron population below the gate.

MOS capacitor :oxide charge

- *Effect of a sheet charge of a real density Q within the oxide layer of an MOS capacitor:*



MOS capacitor :oxide charge

- The effect is maximum when the charges are located at the interface oxide - SC, ie $Q_{ox}=Q_{SS}$ (*and no effect if Q_{ox} close to Metal*)

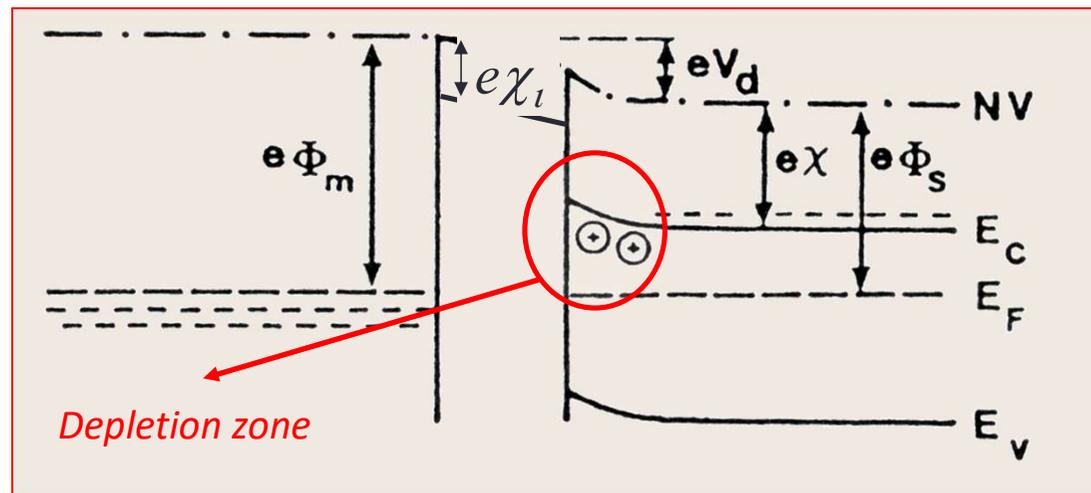
$$x = d_{ox} \implies \delta V_g = -\frac{Q_{SS}}{C_{ox}}$$

It is a common practice to define an equivalent oxide charge *per unit area* Q_{ox} *located at the oxide – silicon interface (named Q_{SS})*:

$$\Delta V_g(V_S) = -\frac{Q_{ox}(V_S)}{C_{ox}} = -\frac{Q_{SS}(V_S)}{C_{ox}} = V_{FB}$$

Work function difference

- Work function difference \Leftrightarrow non zero oxide field.
 - Even when $V_g = 0$ V, structure show a band bending



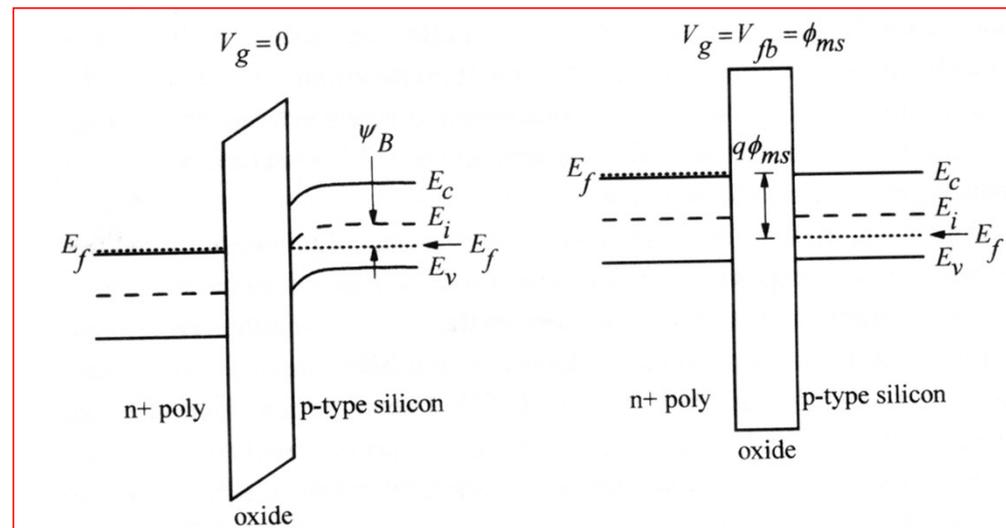
A gate voltage must be applied to restore the flat band condition $\Leftrightarrow V_{FB} = \phi_M - \phi_S = \phi_{MS}$: this voltage is called Flat Band voltage V_{FB}

Work function difference

- Work function difference.
 - Example: polysilicon n⁺ gate on p-MOS

$$\phi_{poly_{n^+}} = e\chi_{silicium}$$

$$\phi_{SC} = \chi_{Silicium} + \frac{E_g}{2e} + \phi_{fi}$$



$$V_{FB} = \phi_{MS}^{poly} = -\frac{E_g}{2e} - \phi_{fi} = -0.56 - \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{N_a}{n_i}\right) < 0$$

Non ideal MOS capacitor

- Taking into account both Oxide charges and work-function difference, the global flat band voltage can be written as:

$$V_{FB} = \varphi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}$$

Warning: this is the **voltage** we have to **apply** on the gate to **restore** de flat band condition.

Capacitance of Non ideal MOS structure:

- Imagine the depletion regime of the MOS capacitor ($Q_{ss}=0$)
- We know that :

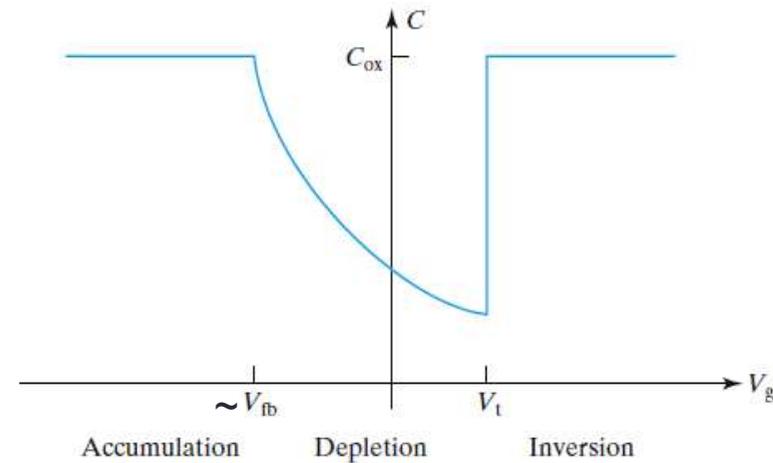
$$V_{ox} = -\frac{Q_{dep}}{C_{ox}} = \frac{eN_a W_{dep}}{C_{ox}} = \frac{\sqrt{eN_a 2\epsilon_{sc} V_s}}{C_{ox}}$$

$$V_s = \frac{eN_a W_{dep}^2}{2\epsilon_{sc}}$$

$$V_g = V_{ox} + V_s + V_{fb} = \frac{eN_a W_{dep}}{C_{ox}} + \frac{eN_a W_{dep}^2}{2\epsilon_{sc}} + V_{fb}$$

or :

$$W_{dep} = -\frac{\epsilon_{sc}}{C_{ox}} + \sqrt{\frac{\epsilon_{sc}^2}{C_{ox}^2} + \frac{2(V_g - V_{fb})}{eN_a \epsilon_{sc}}}$$



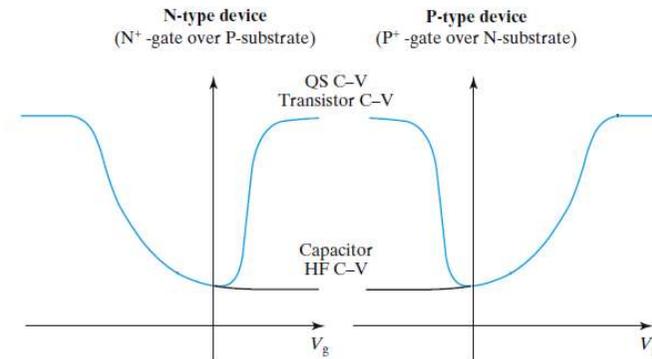
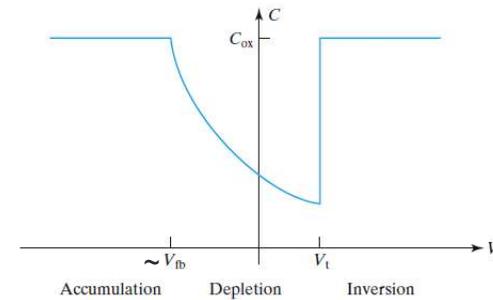
Capacitance of Non ideal MOS structure:

- Imagine the depletion regime of the MOS capacitor ($Q_{ss}=0$)
- We know that :

$$C_{sc} = C_{dep} = \frac{\epsilon_{sc}}{W_{dep}}$$

$$\frac{1}{C_{MOS}} = \frac{1}{C_{ox}} + \frac{1}{C_{dep}}$$

$$\frac{1}{C_{MOS}} = \sqrt{\frac{1}{C_{ox}^2} + \frac{2(V_g - V_{fb})}{eN_d \epsilon_{sc}}}$$



Threshold voltage

- Key parameter for behavior understanding of transistor
- Many definitions (*same results!*):
 - $n_S = N_A$
 - $V_s = 2 \phi_{fi}$
 - ...

Threshold voltage

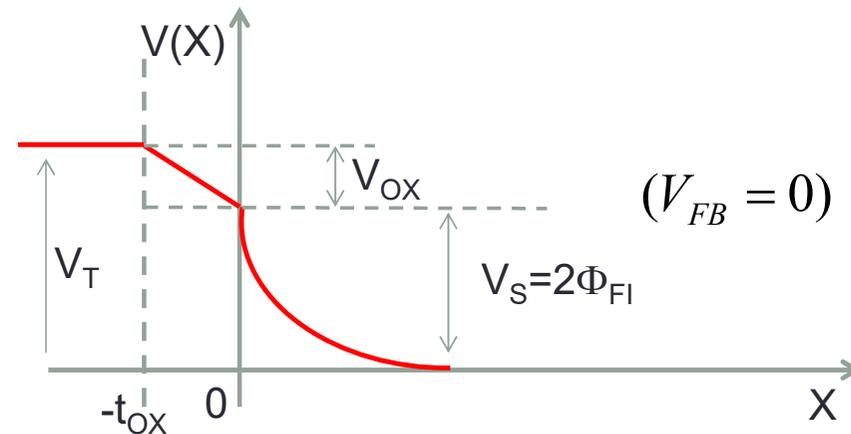
V_T is simply the applied gate voltage when the surface potential or band bending reaches $2\Phi_{Fi}$ and the silicon charge is equal to the bulk depletion charge for that potential

$$V_T = V_g(V_S = 2\Phi_{Fi}) = \frac{\sqrt{4\epsilon_{SC}eN_A\Phi_{Fi}}}{C_{OX}} + 2\Phi_{Fi} + V_{FB}$$

(from slide 17 and 47)

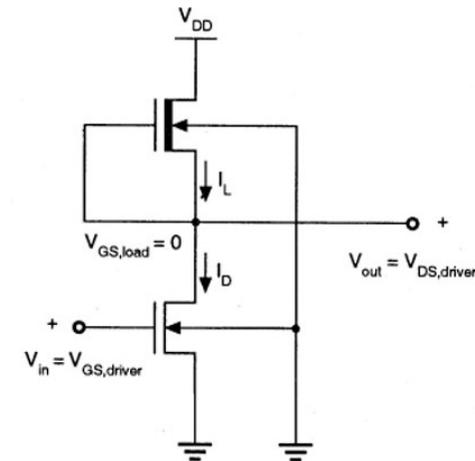
(we suppose here that no bias on the bulk is present \Leftrightarrow no body effect)

$$V_{FB} = \phi_{MS} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}}$$



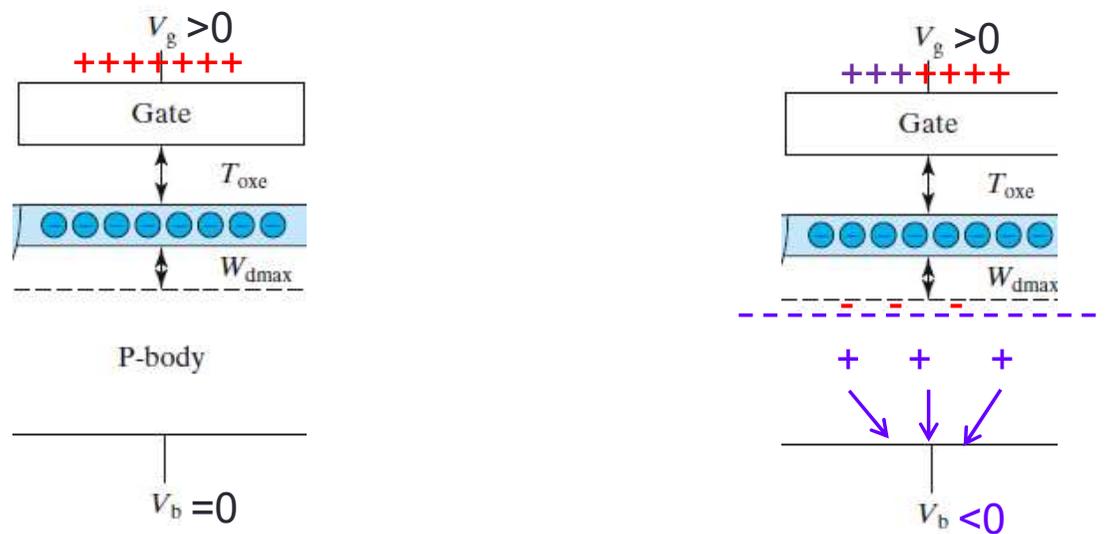
Threshold voltage

- Substrate sensitivity - Body Effect



- In general the MOS devices have a common silicon substrate
 \Leftrightarrow substrate voltage is equal for all transistor.
- **BUT** when multiple NFETs (or PFETs) are connected in series in a circuit, they share a common body (the silicon substrate) but their sources do not have the same voltage. We must introduce a coefficient that accounts for this effect : γ

Threshold voltage



One part of Gate voltage is no more used to create inversion layer but just to compensate the extra depletion width $\Leftrightarrow V_T$ will increase

Threshold voltage

- The new threshold voltage taking account the body effect can be written as:

$$V_T = V_{T0} + \gamma \left(\sqrt{|2\Phi_{Fi} + V_{SB}|} - \sqrt{|2\Phi_{Fi}|} \right)$$

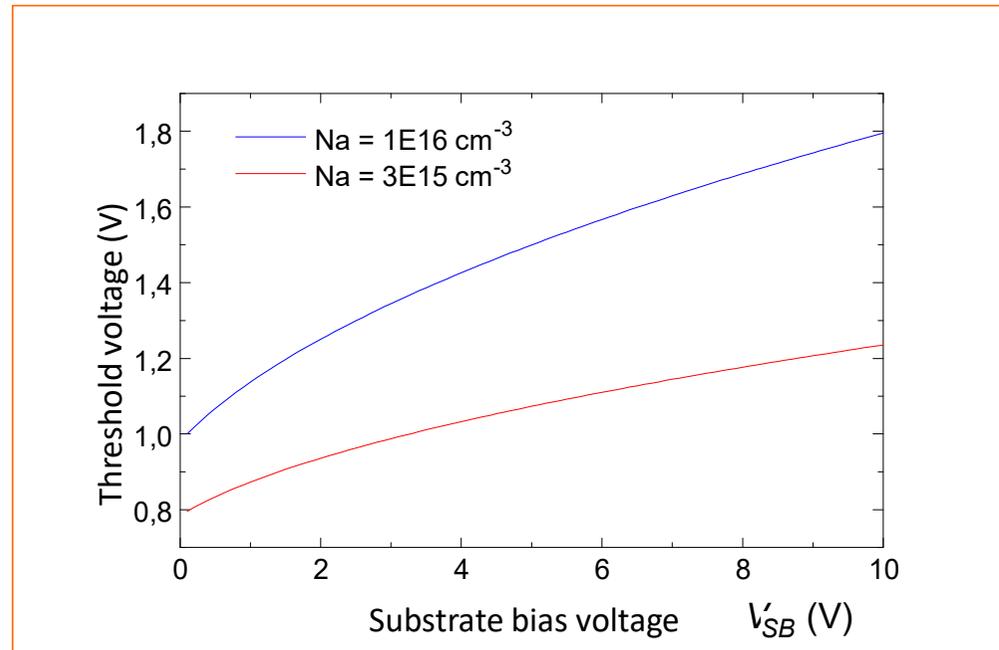
$$\gamma = \frac{\sqrt{2eN_A \epsilon_{sc}}}{C_{ox}}$$

- The substrate sensitivity as:

$$\frac{dV_T}{dV_{SB}} = -\frac{1}{C_{ox}} \frac{dQ}{dV_{SB}} = \frac{\sqrt{\epsilon_{sc} e N_a / 2(2\Phi_{Fi} + V_{SB})}}{C_{ox}} \quad \text{et} \quad \Delta V_T = -\frac{\Delta Q}{C_{ox}}$$

- Of course substrate bias have to be reverse to prevent current flow

Threshold voltage

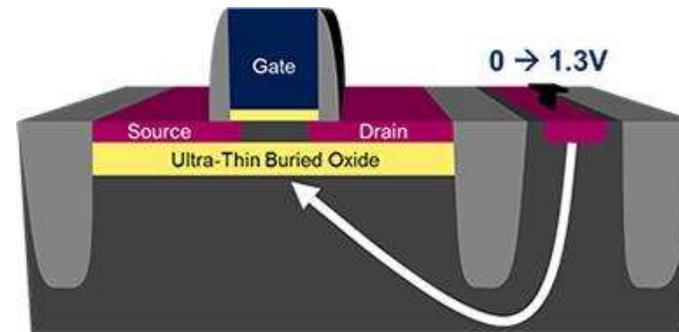
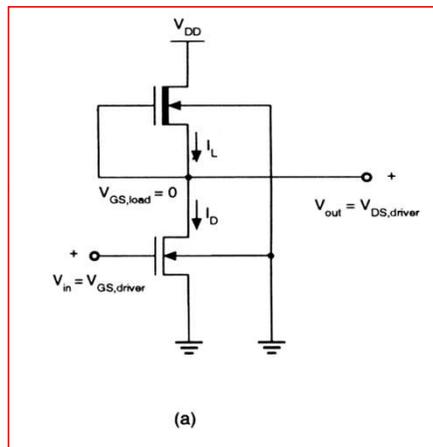


The effect of (reverse) substrate bias is to widen the bulk depletion region and raise the threshold voltage:

- The back contact acts as a back Gate
- We can tune V_T !

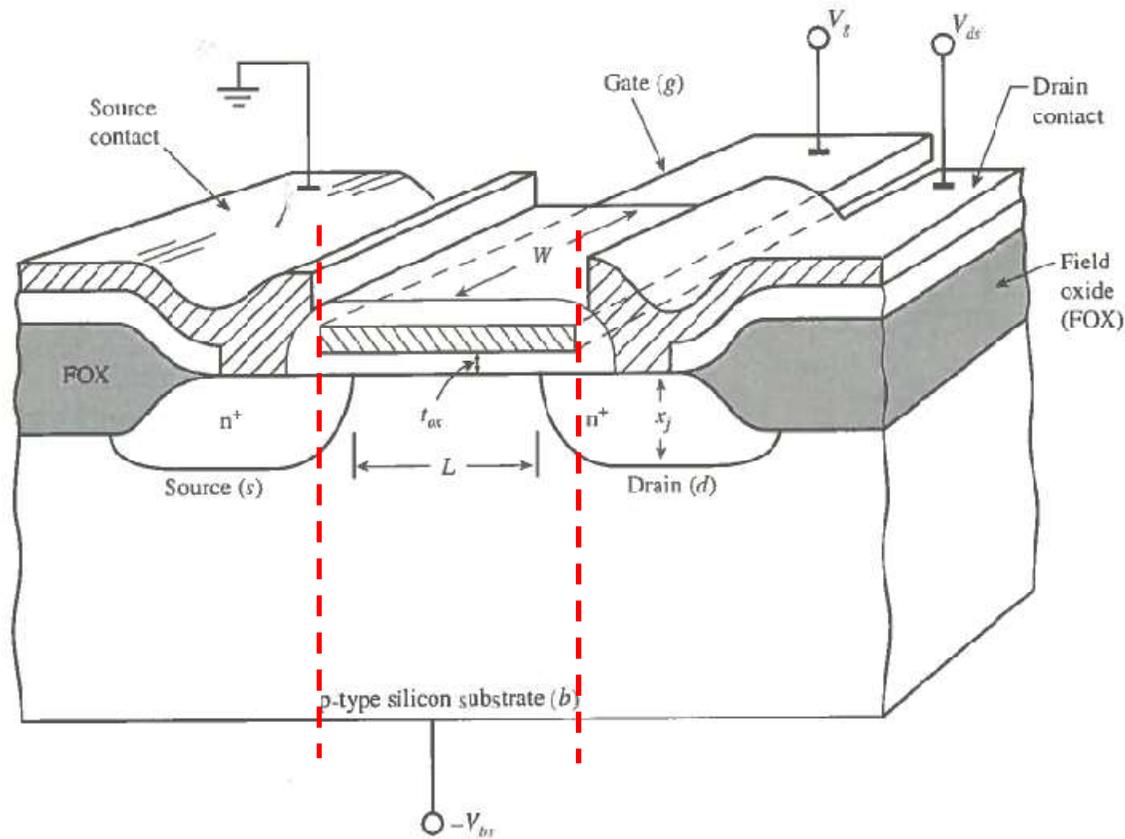
Threshold voltage : body effect

Drawback or advantage ?

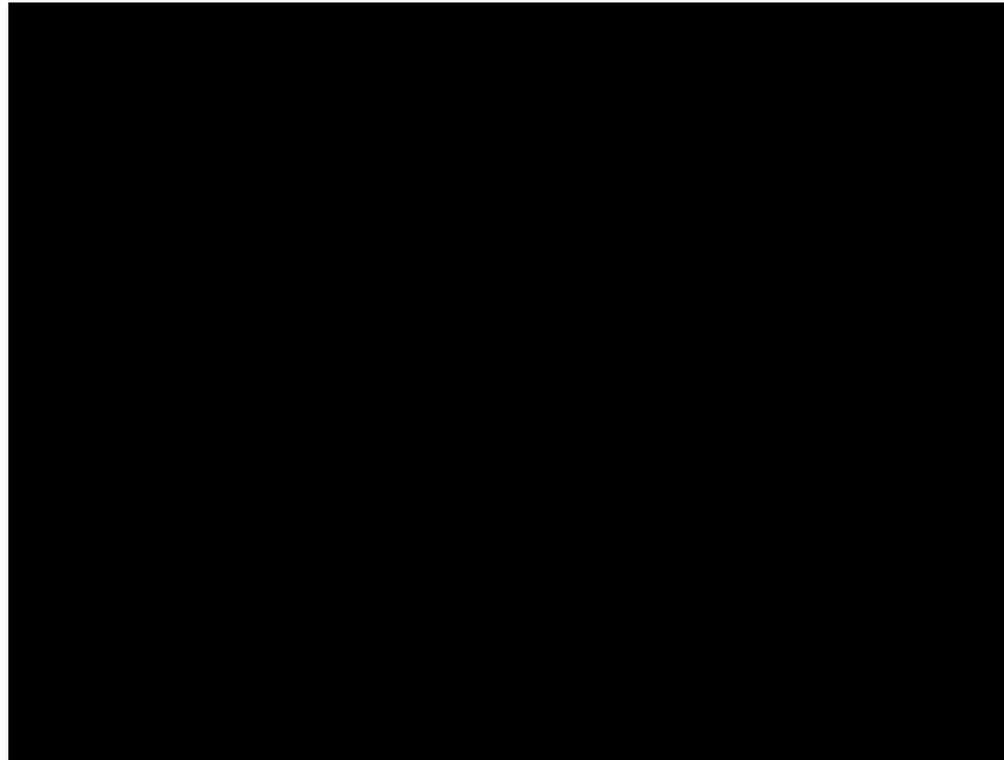


MOS-FET TRANSISTOR

MOS-FET transistor

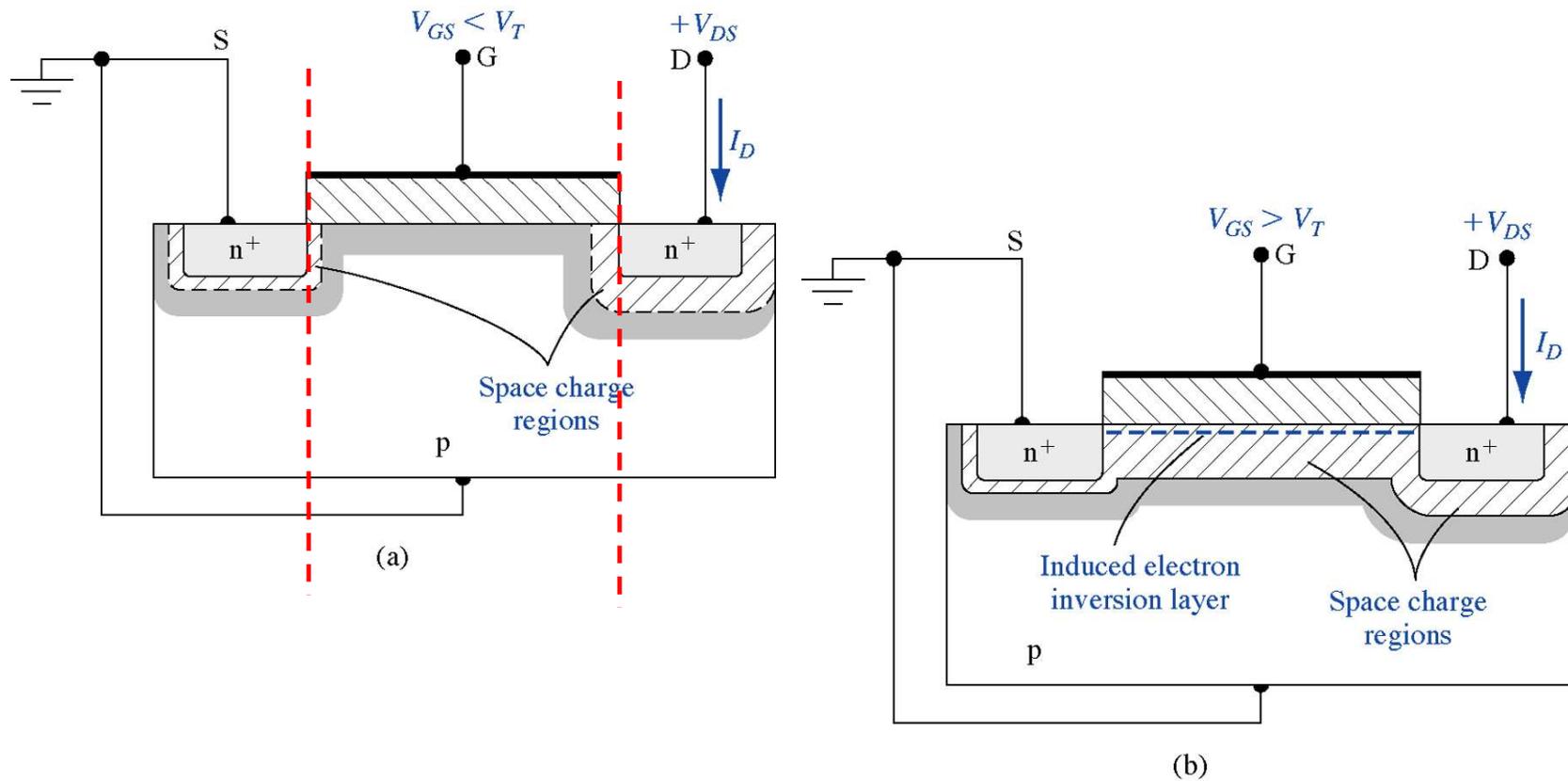


Graphical summary of the major processing steps in the formation of a MOSFET Transistor



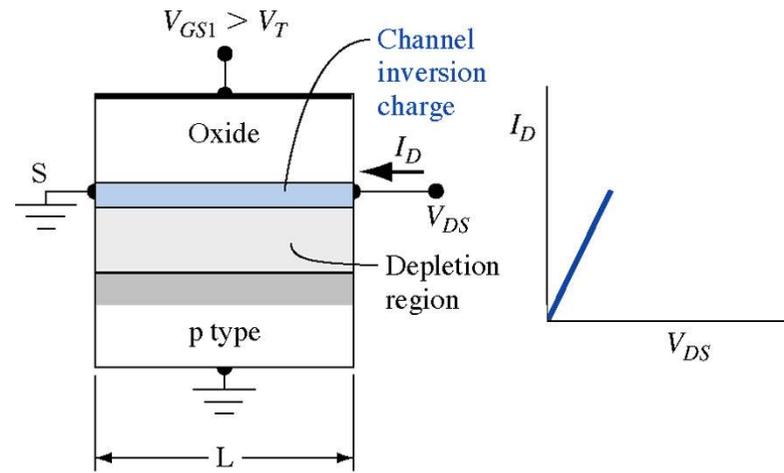
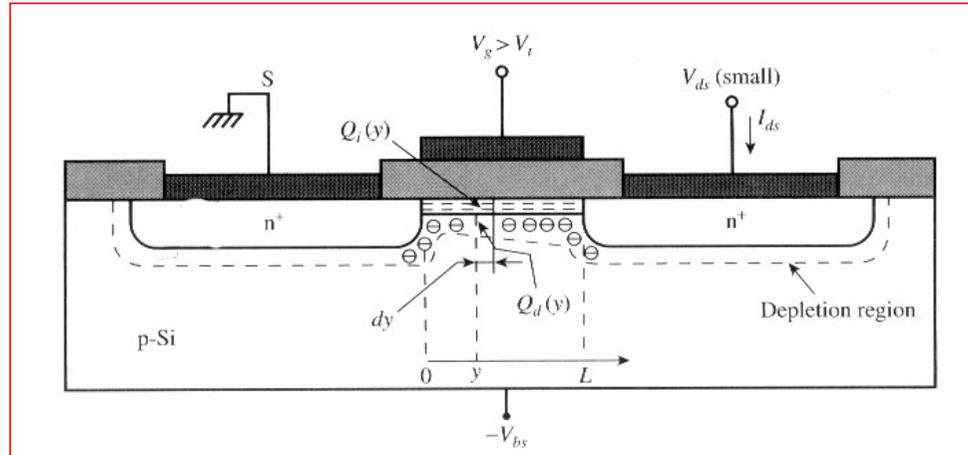
<http://www.youtube.com/watch?v=dR-Qtv-7uWI>

MOS-FET transistor



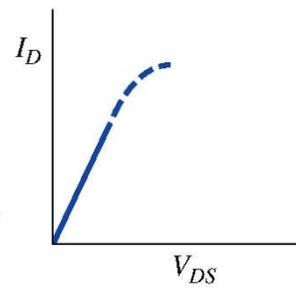
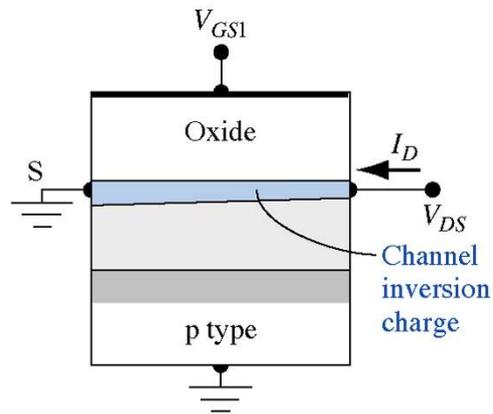
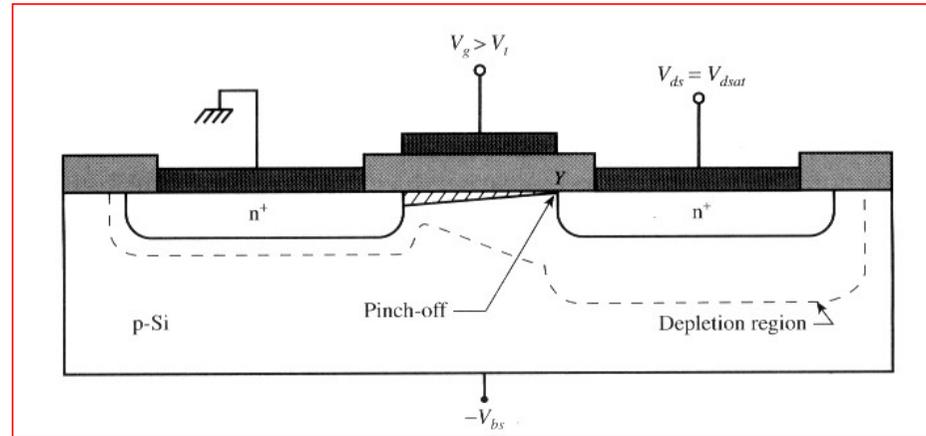
Stockage time ?

Linear regime

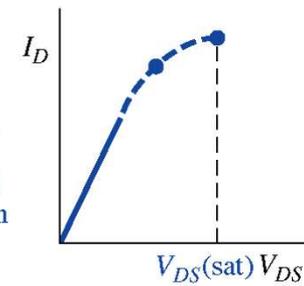
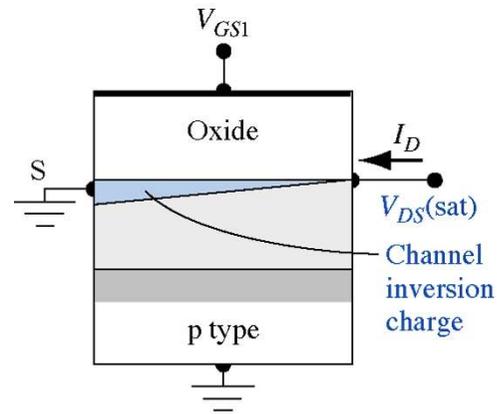


(a)

Saturation / linear limit

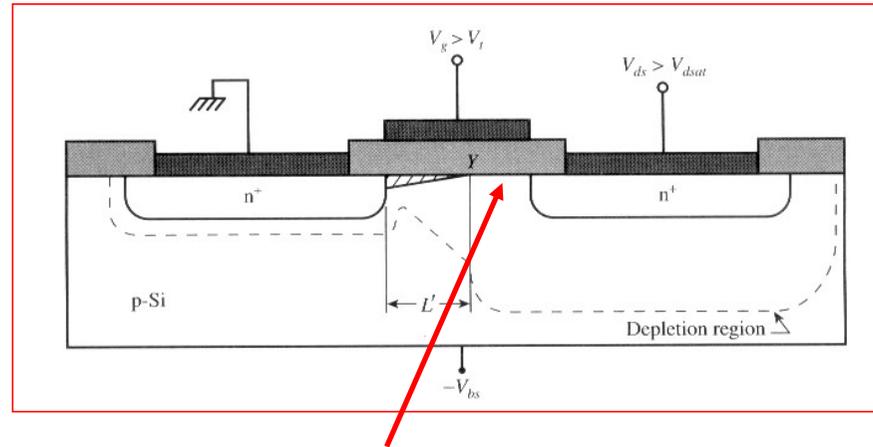


(b)

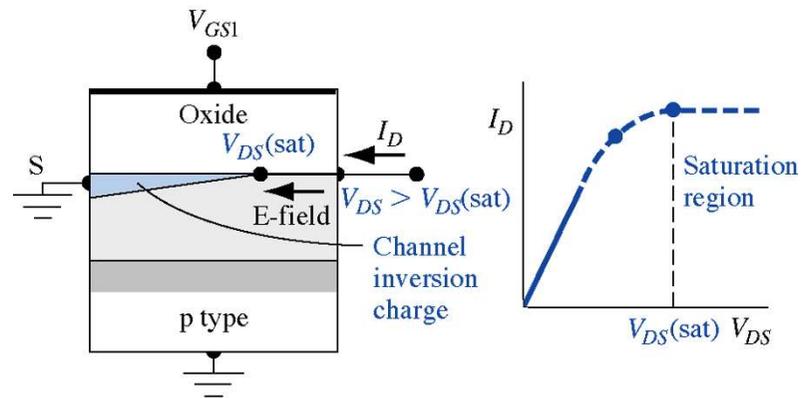


(c)

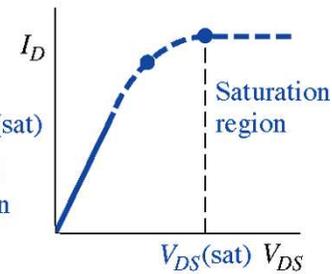
Saturation regime



Effective length of canal decreases from L to L'

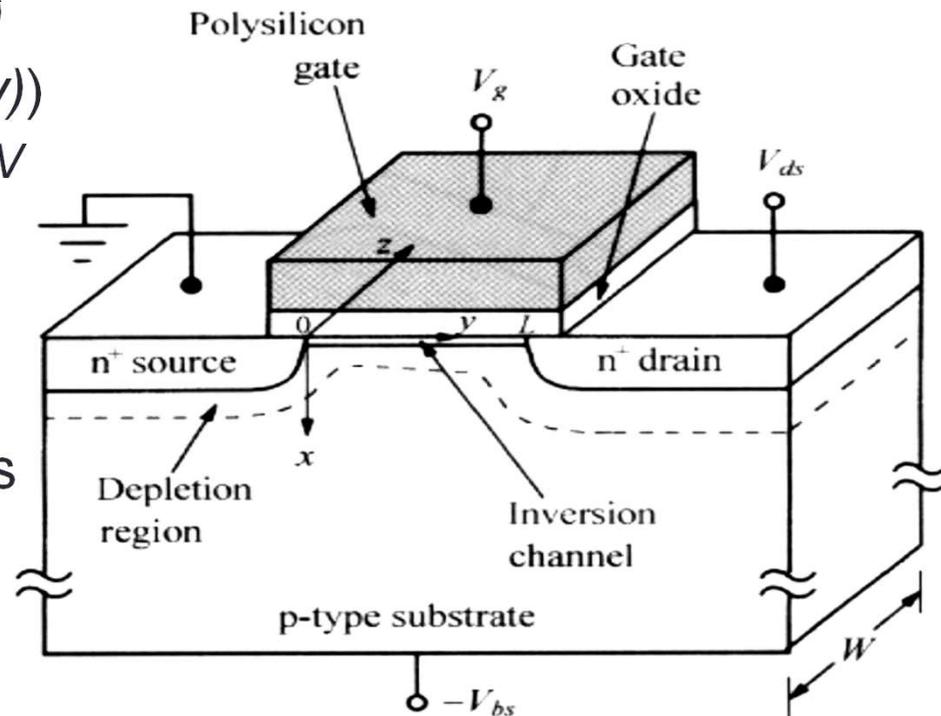


(d)

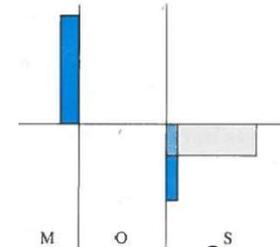


Basic MOSFET IV Model

- L , canal length(y oriented)
- W , canal width(z oriented)
- V , voltage in the canal ($f(y)$)
 - $V(y=0) = V(\text{source}) = V_s = 0 \text{ V}$
 - $V(y=L) = V(\text{drain}) = V_{ds}$
- V_g , gate voltage
- $-V_{BS}$, body voltage
- x_i inversion layer thickness



Charge sheet approximation



First step: calculation of inversion layer charge function of V_g

$$Q_{dep} = -eN_A W_M = -\sqrt{2eN_A \epsilon_{SC} V_S(y)} = -\sqrt{2eN_A \epsilon_{SC} (2\Phi_{Fi} + V(y))}$$

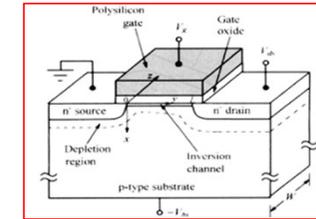
Here the surface potential at y , $V_s(y)$ is given by: $V_s(y) - V(y) = 2\phi_{Fi}$

$$Q_{sc}(y) = -Q_{metal}(y) = -C_{ox}(V_g - V_{FB} - V_s(y)) = -C_{ox}(V_g - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - V(y))$$

$$Q_{inv} = Q_{sc} - Q_{dep} = -C_{ox}(V_g - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - V(y)) + \sqrt{2eN_A \epsilon_{SC} (2\Phi_{Fi} + V(y))}$$

$$n_s(y) = \frac{|Q_{inv}|}{e} = \frac{|Q_{sc}|}{e} - \frac{|Q_{dep}|}{e} = \frac{C_{ox}(V_g - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - V(y))}{e} - \left[\frac{2N_A \epsilon_{SC} (2\Phi_{Fi} + V(y))}{e} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Charge sheet approximation



- Current density in the channel can be caused by diffusion and drift components

$$J_n = -qn\mu_0 \frac{dV(y)}{dy} + q\mu_0 \frac{kT}{q} \frac{dn}{dy}$$

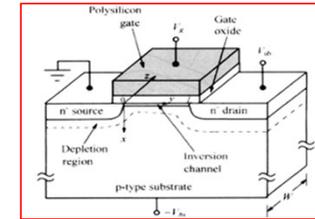
- Current is simply given (integration over channel section)

$$I_{DS} = \int_0^W dz \int_0^{x_i} qn\mu_0 \frac{dV}{dy} dx - \int_0^W dz \int_0^{x_i} q\mu_0 \frac{kT}{q} \frac{dn}{dy} dx$$

$$I_{DS} = W \int_0^{x_i} qn\mu_0 \frac{dV}{dy} dx - W \int_0^{x_i} q\mu_0 \frac{kT}{q} \frac{dn}{dy} dx$$

There is a sign change because we want $I_{DS} > 0$ in $-y$ direction (From Drain to Source)

Charge sheet approximation



- The previous relation can be rewritten

$$I_{DS} = W\mu_0 \frac{dV}{dy} \int_0^{x_i} qndx - W\mu_0 \frac{kT}{q} \frac{d}{dy} \left[\int_0^{x_i} qndx \right]$$

- If we remember that:

$$Q_{inv} = -q \int_0^{x_i} n(x, y) dx$$

- Current expression can be found

$$I_{DS} = -W\mu_0 Q_{inv}(V) \frac{dV}{dy} + W\mu_0 \frac{kT}{q} \frac{dQ_{inv}(V)}{dy}$$

- And so, by integrating from $y=0$ to $y=L$ and as current is independent of y :

$$\int_0^L I_{DS} dy = W\mu_0 \left[\underbrace{- \int_{V(0)}^{V(L)} Q_{inv} dV}_{\text{conduction}} + \frac{kT}{q} \underbrace{\int_{Q_{inv}(0)}^{Q_{inv}(L)} dQ_{inv}}_{\text{diffusion}} \right]$$

Charge sheet approximation

- If we want to derive basic expressions for long channel current in *linear and saturation* regions, we can neglect drift component

$$\int_0^L I_{DS} dy = -W\mu_0 \int_{V(0)}^{V(L)} Q_{inv}(V) dV = -W\mu_0 \int_0^{V_{DS}} Q_{inv}(V) dV$$

with $Q_{inv} = -C_{ox} (V_g - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - V(y)) + \sqrt{2eN_A \epsilon_{SC} (2\Phi_{Fi} + V(y))}$

After few simple steps:

$$I_{DS} = \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} \left[(V_g - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - \frac{V_{DS}}{2}) V_{DS} - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{2\epsilon_{sc} e N_A}}{C_{ox}} \left[(2\Phi_{Fi} + V_{DS})^{\frac{3}{2}} - (2\Phi_{Fi})^{\frac{3}{2}} \right] \right]$$

!! C_{ox} is the oxide capacitance per surface unit (Fm^{-2} ou Fcm^{-2})!!

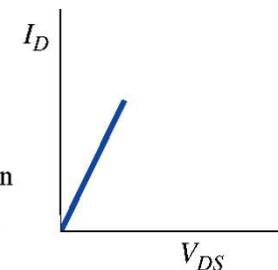
Characteristics in the linear (triode) region

When V_{DS} is small ($V_{DS} \ll 2\Phi_{Fi}$), one can expand the previous equation into power series in V_{DS} and keep only first order term:

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{GS} - V_{fb} - 2\Phi_{Fi} - \frac{\sqrt{4\epsilon_{sc} e N_A \Phi_{Fi}}}{C_{ox}}) V_{DS} \right]$$

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

We recognize threshold voltage V_T .



In the linear region, the MOSFET simply acts like a resistor modulated by the gate voltage

Characteristics in the linear (triode) region

- For larger values of V_{DS} we have to keep second order term (quadratic term) and a good approximation of current is:

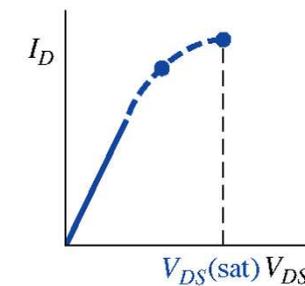
$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \left[(V_{gs} - V_T) V_{DS} - \frac{m}{2} V_{DS}^2 \right]$$

With:

$$m = 1 + \frac{\sqrt{\varepsilon_{sc} e N_A / 4\Phi_{Fi}}}{C_{ox}} = 1 + \frac{C_{dm}}{C_{ox}} = 1 + \frac{3d_{ox}}{W_m} \approx 1$$

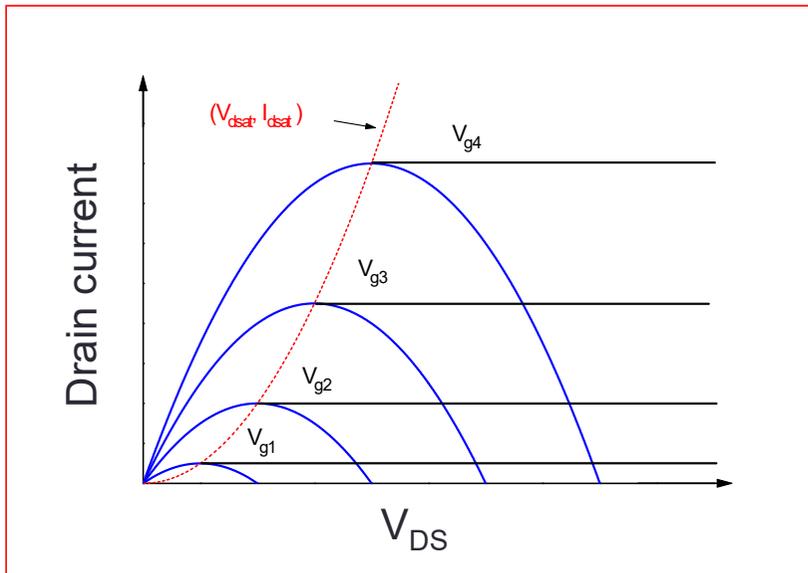
$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{2L} \left[2(V_{gs} - V_T) V_{DS} - V_{DS}^2 \right]$$

C_{dm} is the bulk depletion capacitance in limit of strong inversion



Characteristics in the saturation region

- Previous equation is a parabole. I_{ds} follows a parabolic curve with V_{DS} until a maximum (or saturation) value is reached when $V_{DS} = V_{dsat}$.



$$V_D = V_{Dsat} = \frac{(V_{gs} - V_T)}{m}$$

$$I_{DS} = I_{Dsat} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} \frac{(V_{gs} - V_T)^2}{2m}$$

In the case of thin oxide and low doping m can be reduced to 1 and yield the well known expression:

$$I_{DS} = I_{Dsat} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{2L} (V_{gs} - V_T)^2$$

Characteristics in the saturation region

- Without any approximation (series expand,...), complete expressions for I_{DSAT} can be expressed as:

$$I_{dsat} = \mu_n \frac{W}{6L} C_{ox} \left[(V_{Dsat} + 2\Phi_{Fi})(V_{Dsat} + 2\Phi_{Fi} + 2V_{gs} + 2V_{FB}) - 12\Phi_{Fi}(V_{gs} + V_{Fb} - \Phi_{Fi} - \frac{4}{3} \frac{(eN_A \epsilon_{sc} \Phi_{Fi})^{\frac{1}{2}}}{C_{ox}}) \right]$$

$$V_{Dsat} = V_{gs} - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} + \frac{\epsilon_{sc} e N_A}{C_{ox}^2} - \sqrt{\frac{2\epsilon_{sc} e N_A}{C_{ox}^2} (V_{gs} - V_{FB} + \frac{\epsilon_{sc} e N_A}{2C_{ox}^2})}$$

If we suppose high value for C_{ox} (thin oxide) and low doping level, threshold voltage can be simplified as $V_T \approx 2\phi_{Fi} + V_{FB}$ and at the same time we can rewrite $V_{dsat} = V_{gs} - V_T \approx V_{gs} - 2\phi_{Fi} - V_{FB}$

$$V_{Dsat} = V_{gs} - V_T$$

$$I_{Dsat} \approx \mu_n \frac{W}{2L} C_{ox} (V_{gs} - V_T)^2 = \mu_n \frac{W}{2L} C_{ox} V_{Dsat}^2$$

Subthreshold characteristics – weak inversion region

- Three regimes:
 - Triode (Linear)
 - Saturation
 - OFF state (if $V_g < V_T$ for *nMOS*)
 - Transition ON /OFF is not so sharp
 - Weak inversion for $\Phi_{fi} < V_s < 2\Phi_{Fi}$
 - Subthreshold behavior is of importance:
 - Low power
 - Low voltage
-  digital logic and memory circuits

MOSFET basics

- Subthreshold current : « OFF » is not totally « OFF »
 - Previous analysis $\Leftrightarrow V_{GS} < V_T$, NMOS (NFET) turns OFF
 - In reality, for $V_{GS} \sim V_T$, a « weak » inversion layer still exists and some current (**drift component**) can flow between S and D.
 - This is the so called “subthreshold conduction”

$$I_{DS} = I_{ON} \exp \frac{e(V_{GS} - V_T)}{\eta kT} \propto B \times \exp \frac{eV_{GS}}{\eta kT}$$

$$I_{OFF}(V_{GS} = 0) = I_{ON} \exp \frac{-eV_T}{\eta kT}$$

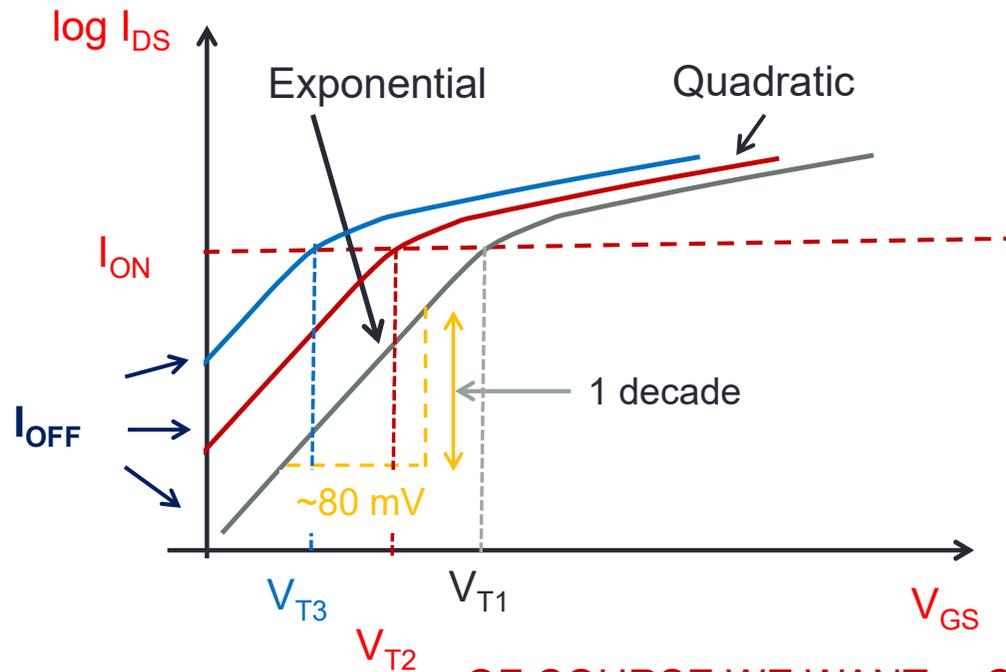
with η , a ideality (or nonideality) factor (≥ 1)

- Remember that $\exp \frac{V_{GS}}{\eta kT}$ changes by 10 for every **$\eta \times 60$ mV** change in V_{GS} .
- Typically, if I_{DS} decreases for one decade, then V_{GS} must decrease by at least **$\eta \times 60$ mV** (in fact around 80 mV, $\eta > 1$) (at 300K!).

MOSFET basics

- Subthreshold current :

$$I_{DS} = I_{ON} \exp \frac{e(V_{GS} - V_T)}{\eta kT} \quad (\text{for } V_{GS} < V_T)$$



For example:

$$I_{OFF}(V_{GS} = 0) = I_{ON} \exp \frac{-eV_T}{\eta kT}$$

- If we suppose $V_T = 0,3V$

$$0,3V / 80 \text{ mV} = 3,75$$

$$I_{ON} / I_{OFF} = 10^{3,75} \sim 5600$$

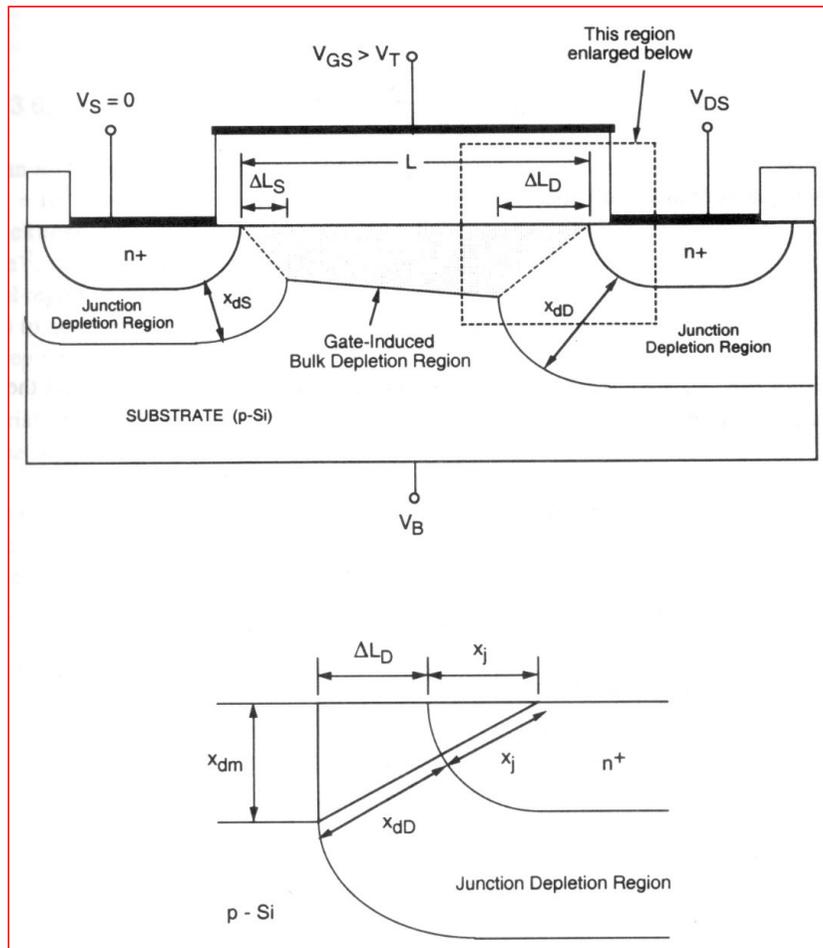
- If $V_T = 0,6V$, $I_{ON} / I_{OFF} > 10^7 !!$

OF COURSE WE WANT η CLOSE TO UNITY

Short channel MOSFETs

- Threshold voltage reduction
- Drain Induced Barrier Lowering (DIBL)
- Channel length modulation
- MOSFETs breakdown
- ...

Threshold voltage reduction: short channel effect (Kang *et al*)



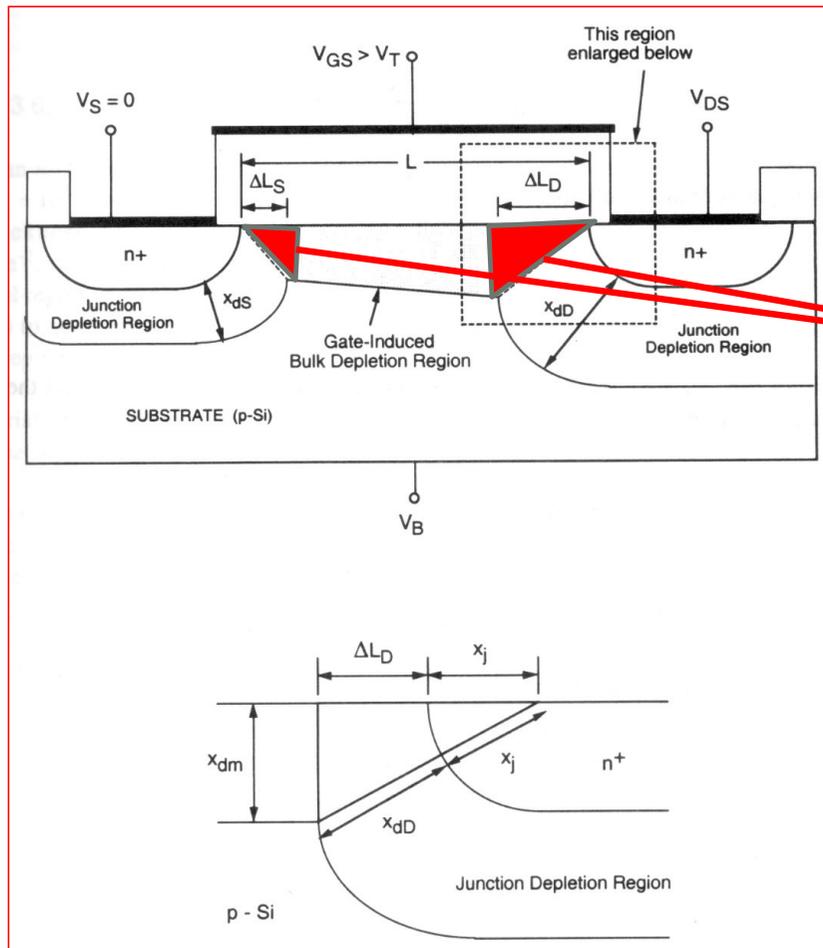
Origin:

- Previous V_T expression supposes channel depletion region comes only from gate
- In fact one part is created by depletion region associated by source/channel and drain/channel pn junctions
- Overestimation of charge induced by gate \Leftrightarrow overestimation of V_T
- This reduction more prominent for MOSFET with shorter channel length



$$V_T(\text{shortchannel}) = V_{T0}(\text{longchannel}) - \Delta V_{T0}$$

Threshold voltage reduction: short channel effect (Kang *et al*)



Origin:

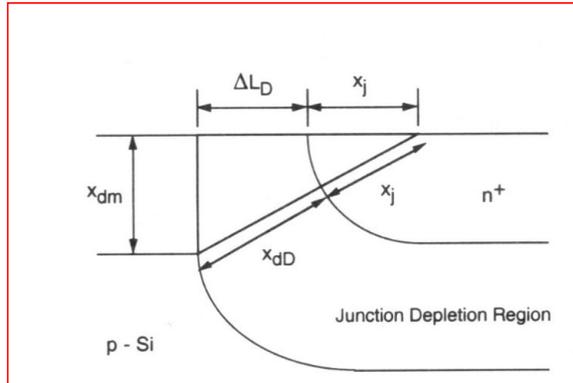
- Previous V_T expression supposes channel depletion region comes only from gate
- In fact one part is created by depletion region associated by source/channel and drain/channel pn junctions
- Overestimation of charge induced by gate \Leftrightarrow overestimation of V_T

- This reduction more prominent for MOSFET with shorter channel length



$$V_T(\text{shortchannel}) = V_{T0}(\text{longchannel}) - \Delta V_{T0}$$

Threshold voltage reduction: short channel effect (Kang *et al*)



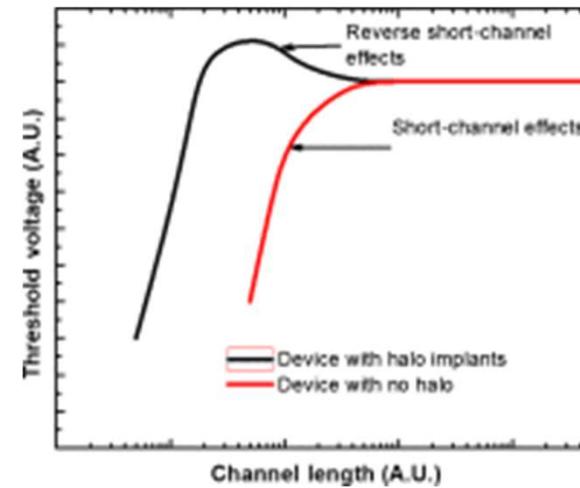
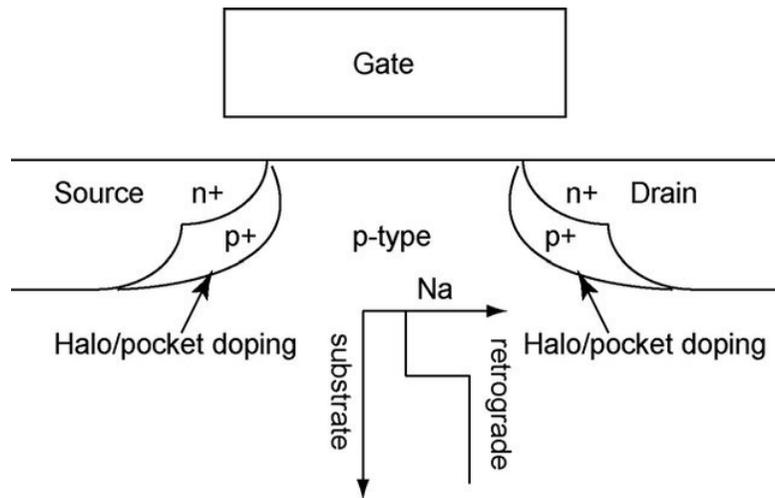
$$x_{dS} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}}{eN_A} V_{bi}}$$

$$x_{dD} = \sqrt{\frac{2\epsilon_{Si}}{eN_A} (V_{bi} + V_{DS})}$$

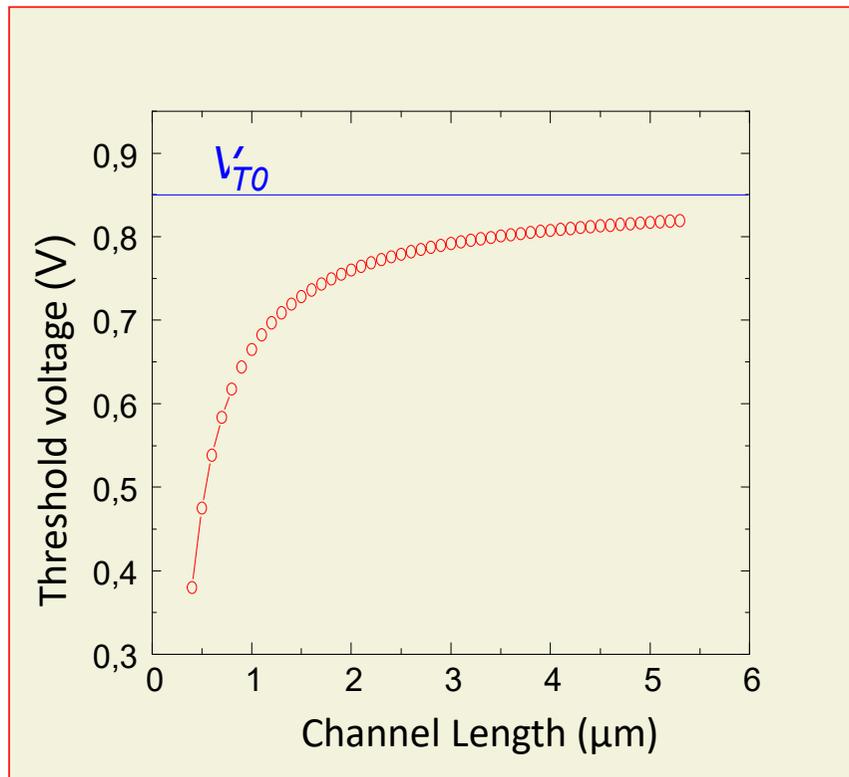
$$\Delta L_{S,D} \cong x_j \cdot \left(\sqrt{1 + \frac{2x_{dS,D}}{x_j}} - 1 \right)$$

$$\Delta V_{T0} = \frac{1}{C_{ox}} \sqrt{4e\epsilon_{Si} N_A \phi_{Fi}} \frac{x_j}{2L} \left[\left(\sqrt{1 + \frac{2x_{dS}}{x_j}} - 1 \right) + \left(\sqrt{1 + \frac{2x_{dD}}{x_j}} - 1 \right) \right]$$

Reverse short channel effect (RSCE)

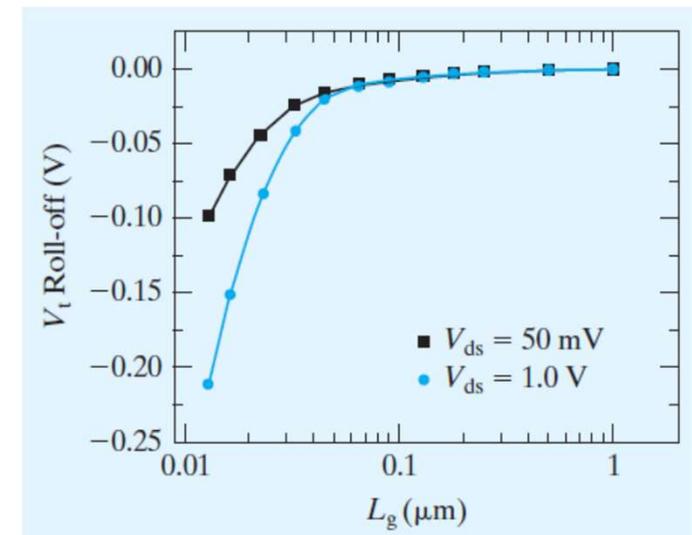
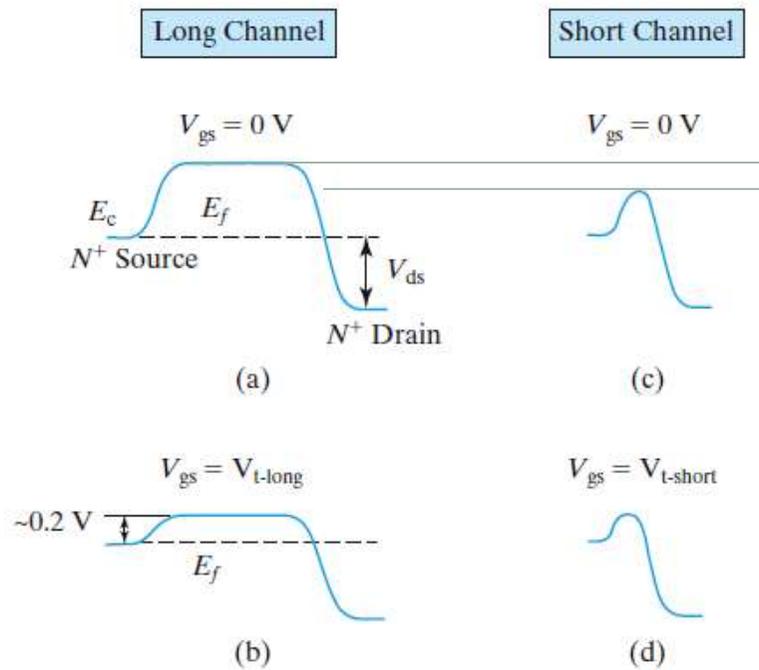


Threshold voltage reduction: short channel effect (Kang *et al*)

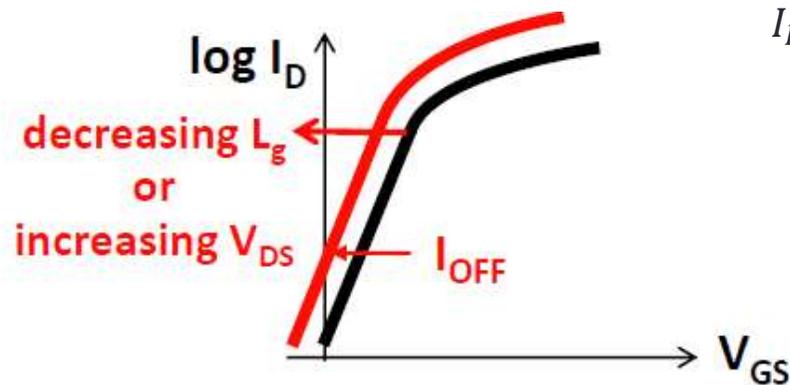
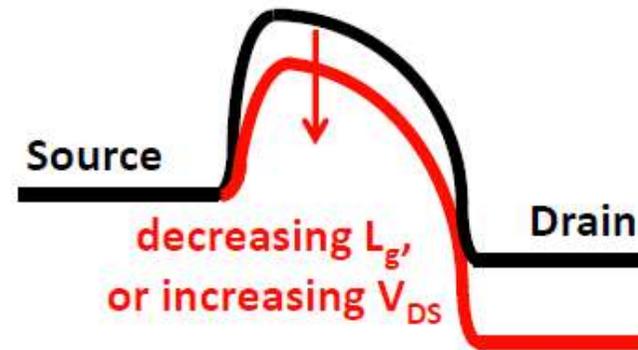


- Threshold voltage is function of:
 - Channel length
 - Drain – Source voltage V_{ds} through x_{dD}

Drain Induced Barrier Lowering (DIBL)



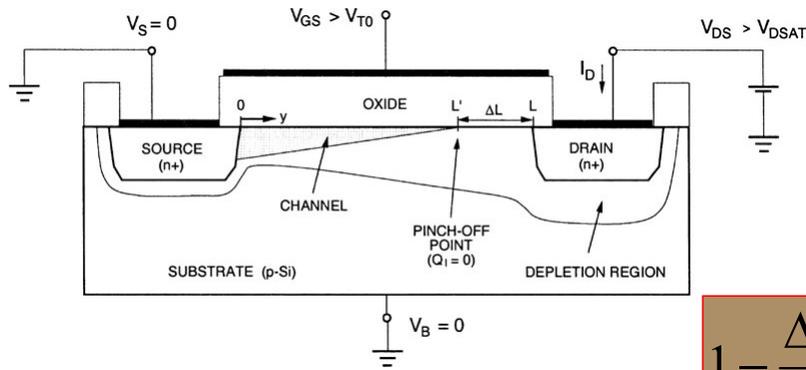
Drain Induced Barrier Lowering (DIBL)



$$I_{DS} = I_{ON} \exp \frac{e(V_{GS} - V_T)}{\eta k T} \quad (\text{for } V_{GS} < V_T)$$

$$I_{OFF}(V_{GS} = 0) = I_{ON} \exp \frac{-eV_T}{\eta k T}$$

Channel length modulation (saturation operation)



- At the onset of pinch-off ($V_{DS} > V_{Dsat}$), the effective channel length (the length of inversion layer) is reduced.

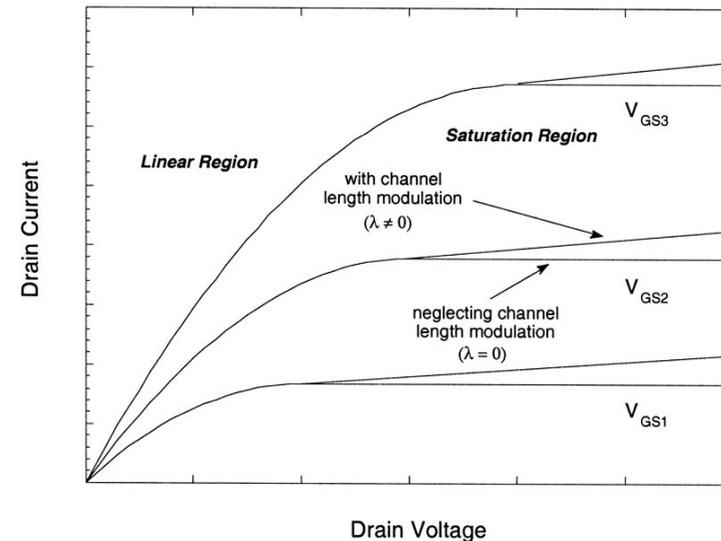
$$1 - \frac{\Delta L}{L} \approx 1 - \lambda V_{DS}$$

$$I_D = \frac{L}{L - \Delta L(V_{DS})} I_{Dsat}$$

If $\lambda V_{DS} \ll 1$



$$I_D(sat) = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2 L} (V_{GS} - V_T)^2 (1 + \lambda V_{DS})$$



MOSFET Breakdown

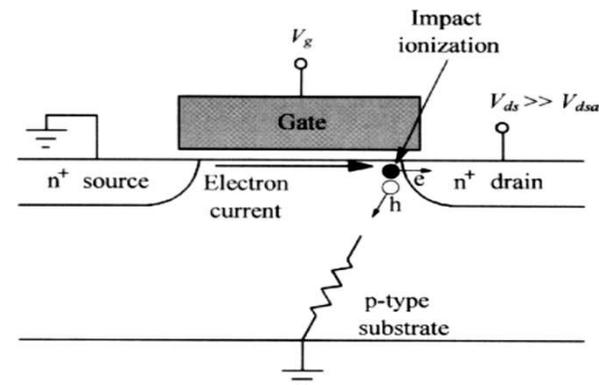
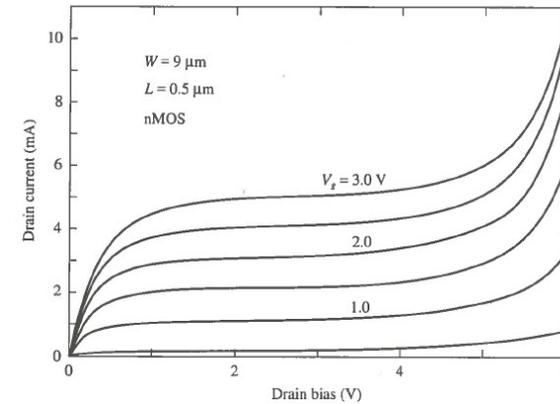
- 2 main effects:

- **punchthrough breakdown**

- Punch through in a MOSFET is an extreme case of channel length modulation where the depletion layers around the drain and source regions merge into a single depletion region.
 - Punch through causes a rapidly increasing current with increasing drain-source voltage
 - No current saturation

- **Impact ionisation at the drain:**

- Electron acceleration in the channel
 - Impact ionisation \Leftrightarrow holes electrons pairs generated
 - Holes collected by substrate \Leftrightarrow substrate current \Leftrightarrow voltage drop in the channel
 - Reduction of V_T (body effect)
 - Increase of current and so on !
 - Permanent damage



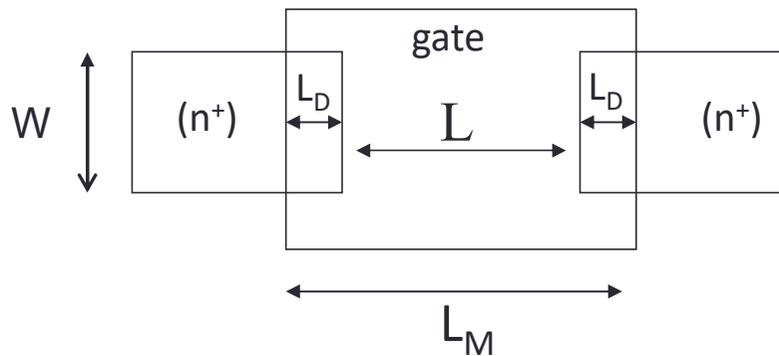
MOSFET capacitances

- Difficulties:
 - In general, capacitances associated with MOS circuits are a complicated function of geometries and process
 - Not lumped capacitances but distributed capacitances
- In the following, first approximation model
 - Sufficiently accurate to represent main characteristics of MOSFET charge voltage behavior
 - All the capacitances are lumped
- Three different physical origins
 - Overlay capacitance
 - Oxide capacitance
 - Junction capacitance

Important point : capacitances are dependent of bias voltage / working point.

MOSFET capacitances

- Overlay capacitances:
 - L_D , gate – drain and gate – source overlay
 - L_M , mask length



$$L = L_M - 2 \cdot L_D$$

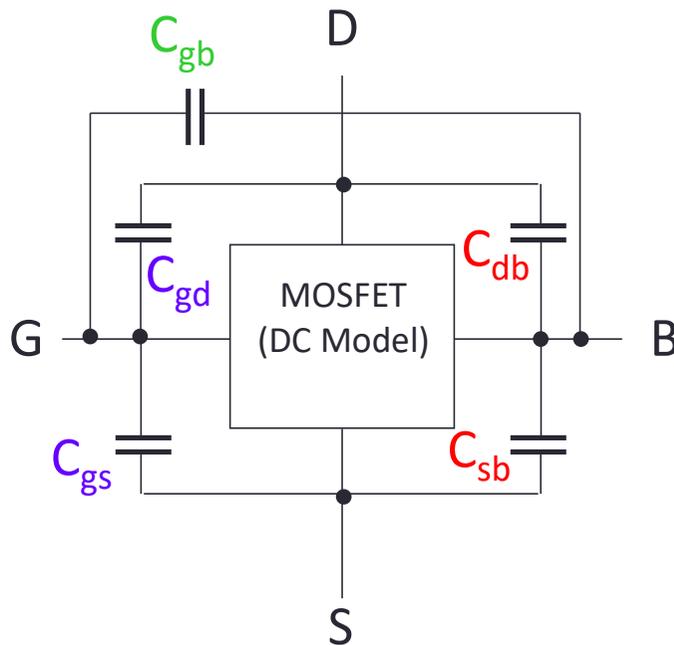
$$C_{GS}(\text{overlap}) = C_{ox} \cdot W \cdot L_D$$

$$C_{GD}(\text{overlap}) = C_{ox} \cdot W \cdot L_D$$

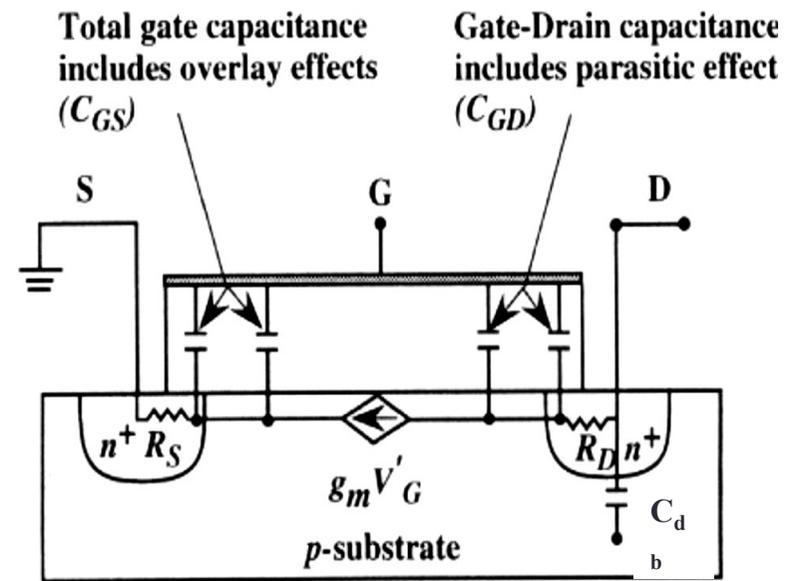
$$C_{ox} = \frac{\epsilon_{ox}}{d_{ox}}$$

MOSFET capacitances

Lumped representation of parasitics capacitances

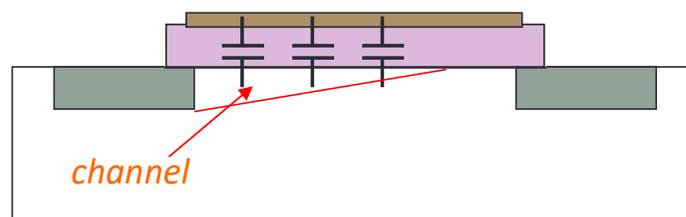
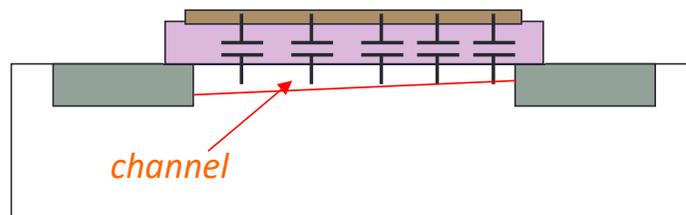
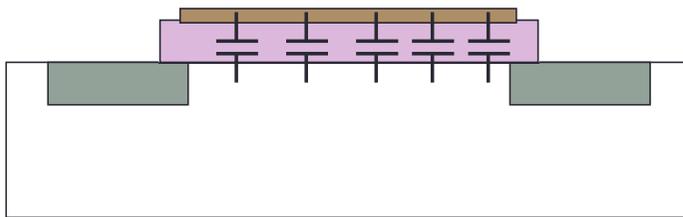


Equivalent model (with overlap capacitances)



Gate – Channel capacitances

Interaction between the gate and the channel charge



- Cut off mode:

$$C_{gs} = C_{gd} = 0$$

$$C_{gb} = C_{ox} WL$$

- Linear mode

$$C_{gs} = C_{gd} = \frac{1}{2} C_{ox} WL$$

$$C_{gb} = 0 \text{ (channel shields substrate)}$$

- Saturation mode

$$C_{gs} = \frac{2}{3} C_{ox} WL, C_{gd} = 0$$

$$C_{gb} = 0 \text{ (channel shields substrate)}$$

Oxyde capacitance

Capacitance	Cut off	Linear	saturation
$C_{gb}(total)$	$C_{ox}WL$	0	0
$C_{gd}(total)$	$C_{ox}WL_D$	$\frac{1}{2}C_{ox}WL + C_{ox}WL_D$	$C_{ox}WL_D$
$C_{gs}(total)$	$C_{ox}WL_D$	$\frac{1}{2}C_{ox}WL + C_{ox}WL_D$	$\frac{2}{3}C_{ox}WL + C_{ox}WL_D$

Dynamic characteristics (1)

- Conductance:

$$g_D = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_D} \right|_{V_g = cte} = \mu_n \frac{W}{L} C_{ox} \left[V_{gs} - V_{FB} - 2\Phi_{Fi} - V_{DS} - \frac{\sqrt{2\varepsilon_{sc} N_a}}{C_{ox}} \sqrt{V_{DS} - 2\Phi_{Fi}} \right]$$

- Linear mode

$$g_{D_{lin}} = \frac{\mu_n W}{L} C_{ox} (V_{gs} - V_T)$$

- Saturation mode

$$g_{D_{sat}} \approx 0 \quad \text{ou} \quad g_{D_{sat}} = \frac{\mu_n C_{ox} W}{2L} (V_{gs} - V_T)^2 \lambda \approx \lambda I_D$$

Dynamic characteristics (2)

- transconductance: device speed
 - linear

$$I_{DS} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} (V_{GS} - V_T) V_{DS}$$

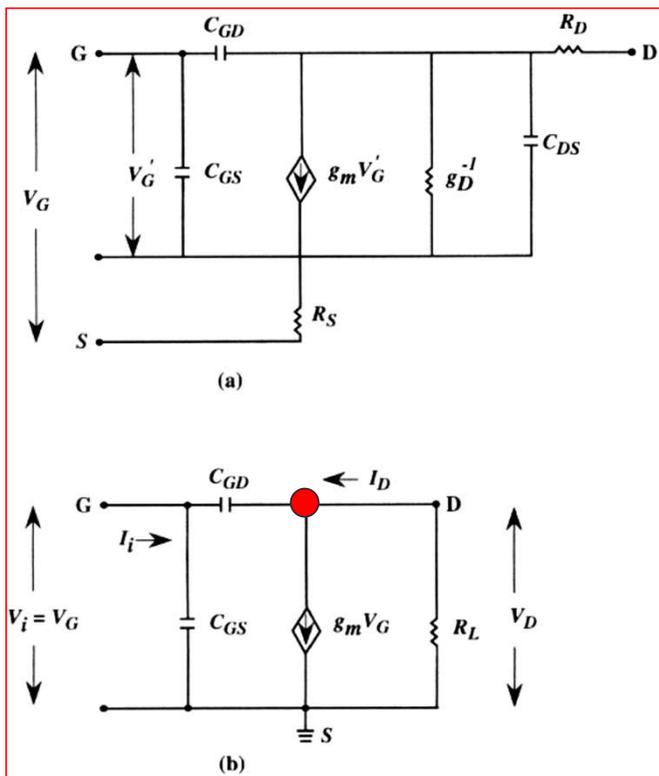
$$g_{m_{lin}} = \left. \frac{\partial I_D}{\partial V_G} \right|_{V_{ds}=cte} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{DS}$$

- « active region » $I_{Dsat} \approx \mu_n \frac{W}{2L} C_{ox} (V_{gs} - V_T)^2 = \mu_n \frac{W}{2L} C_{ox} V_{Dsat}^2$

$$g_{msat} = \frac{\mu_n W}{L} C_{ox} (V_{gs} - V_T) = \sqrt{2\mu_n C_{ox} \frac{W}{L} I_{Dsat}} = \frac{2I_{Dsat}}{(V_{gs} - V_T)}$$

HF Characteristics

- Cut off frequency \Leftrightarrow current gain = 1



$$I_{in} = j\omega C_{GS} V_g + j\omega C_{GD} (V_G - V_D)$$

$$\frac{V_D}{R_L} + g_m V_g + j\omega C_{GD} (V_D - V_G) = 0$$

$$I_{in} = j\omega \left[C_{GS} + C_{GD} \left(\frac{1 + g_m R_L}{1 + j\omega R_L C_{GD}} \right) \right] V_G$$

If we neglect $j\omega R_L C_{gd}$ (small)

$$I_{in} = j\omega (C_{GS} + C_{GD} (1 + g_m R_L)) V_G$$

$$I_{in} = j\omega (C_{GS} + C_M) V_G$$

C_M : Miller capacitance

HF Characteristics

$$I_{out} = I_D = g_m V_{gs}$$

$$I_{in} = I_{out}$$

$$f_T = \frac{g_m}{2\pi(C_{GS} + C_M)}$$

If $C_M = 0$ (or minimum) \Leftrightarrow cut off frequency is maximum \Leftrightarrow saturation mode (C_{GD} minimum):

$$f_{T\max} = \frac{\mu_n (V_G - V_T)}{2\pi L^2}$$

or (if short channel and/or v_{sat})

$$f_{T\max} = \frac{v_s}{2\pi L}$$

HF Characteristics

- An other figure of merit : power gain =1 \Leftrightarrow *oscillation frequency*

$$f_{\max} \approx \frac{f_T}{\sqrt{4R_g (g_d + \omega_T C_{gd})}}$$

R_g : gate resistance

R_s : negligible

Ref: (Tsividis)